Tímarit um raunvísindi og stærðfræði
7. árg. 1. hefti 2010 – raust.is/2010/1/09

Gerð og þróun alheims

Ottó Elíasson og Páll Jakobsson

Raunvísindadeild Háskóla Íslands

Vefútgáfa: 3. desember 2010

Ágrip – Frá alda öðli hafa sótt á okkur spurningar um náttúruna, gerð hennar, eðli og örlög. Samhliða miklum framförum í tækni og vísindum á síðustu áratugum hefur heimsmynd okkar tekið örum breytingum. Fyrir okkur hefur alheimurinn margfaldast að stærð. Með hjálp geimsjónauka á borð við Wilkinson Microwave Anisotropy Probe er okkur mögulegt að safna upplýsingum um hinn stóra alheim. Með hjálp almennu afstæðiskenningarinnar og skammtafræði hendum við reiður á gögnunum og mótum með þeim heimslíkön sem lýsa þróun alheims og örlögum hans. Meginefni þessarar greinar eru Friedman-Lemaître-Robertson-Walker heimslíkön. Þau eru grunnur að þeirri mynd sem við höfum af alheimi í dag, þróun hans og samsetningu. Í upphafi greinarinnar er drepið lítið eitt á forsendur nútíma heimsfræði; grunnforsenduna, eðli útþenslunnar og því hvernig lýsa megi gerð tímarúmsins. Kannaðar verða jöfnur sem liggja til grundvallar og mælistikur sem stjarneðlisfræðingar nota í umfjöllunum um þessi mál ræddar. Til að öðlast tilfinningu fyrir áhrifum ólíkra þátta efnisheimsins á þróun alheims er gagnlegt að skoða einföld heimslíkön. Það hjálpar okkur að skilja alheiminn. Heimurinn þenst út með sívaxandi hraða og til eru staðir í alheimi sem fjarlægjast okkur nú þegar hraðar en ljósið. Dag einn munu allar þær vetrarbrautir sem við sjáum nú, utan þeirra sem mynda grenndarhópinn, hverfa sjónum okkar og við sýnumst ein í miðju alheims.

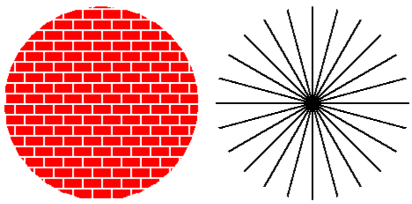
1. Inngangsorð um heimsfræði[1]

1.1. Forsendur nútíma heimsfræða

Heimsfræði nútímans hvílir á þremur stoðum:

(i) Grunnforsendu um einsleitan og stefnusnauðan alheim þegar litið er til mikilla fjarlægða.
(ii) Setningu Hermanns Weyl (1885–1955) um heimslínur athugenda (e. *fundamental observers*) sem greinast frá upphafinu.
(iii) Að almenna afstæðiskenning Alberts Einstein (1879–1955) lýsi fyllilega víxlverkun efnis og tímarúms.

Í skilningi heimsfræðinnar, svara miklar fjarlægðir til um 100 Mpc.[2] Fjarlægðir milli reginþyrpinga vetrarbrauta eru af þessu stærðarþrepi. En hvað þýðir það að alheimurinn sé einsleitur og stefnusnauður? Athugendur í einsleitum alheimi sjá sömu stórgerð *hvar sem þeir eru staddir* og athugendur í stefnusnauðum alheimi sjá sömu stórgerð *hvert sem litið er*. Vert er að athuga að einsleitni hefur ekki í för með sér stefnusneyðu og öfugt. Einsleit og stefnusnauð mynstur má sjá á mynd 1. Oft er grunnforsendan sett fram á eftirfarandi hátt og þá kennd við Nikulás Kópernikus (1473–1543): „Við byggjum ekki sérstakan stað í alheimi.“ Ein afleiðing þessa er sú að ómögulegt er að tilgreina miðju alheims.

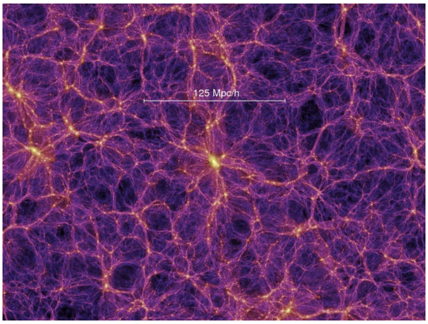


Mynd 1. Vinstra megin er einsleitt mynstur ef litið er á stærri kvarða en kubbastærðar og hægra megin er mynstrið stefnusnautt í miðpunkti. Athugum að hvorki er einsleita mynstrið stefnusnautt né það stefnusnauða einsleitt. Myndin er fengin að láni hjá Ned Wright, UCLA.

Grunnforsenda heimsfræðinnar gildir þó ekki þegar horft er til lítilla fjarlægða, t.d. innan Meyjarþyrpingarinnar, vetrarbrautarinnar eða jafnvel sólkerfisins. Athugandi á jörðinni sér fleiri stjörnur þegar hann horfir inn eftir vetrarbrautarskífunni en þegar hann horfir upp úr henni. Alheimurinn er heldur ekki einsleitur á þessum kvarða, því athugandi nær miðju hennar sér fleiri stjörnur í grennd við sig en jarðbúinn.

[1] Við greinarskrifin var helst stuðst við Ryden (2003) kafla 1 til 6, Longair (2008) kafla 5 til 7, Peacock (1999) og Carroll and Ostlie (2007) kafla 29.

[2] 1 parsek (pc) jafngildir um 3,26 ljósárum.



Mynd 2. Stórgerð alheims á kvarða $\sim$100 Mpc. Myndin er fengin að láni hjá Springel et al. (2005).

Mynd 2 sýnir þéttleika efnis í alheimi á stórum kvarða. Efnið safnast saman í kekki og svipar til sápulöðurs. Þetta er stórgerð alheims. Þessi stórgerð er einsleit og stefnusnauð. Þetta styðja mælingar á dreifingu vetrarbrauta í grennd við okkur, sem reynist einsleit, og á stefnusnauðum örbylgjukliði. Við höfum því ástæðu til að ætla að þessi setning sé skynsamleg.

En hverjir eru þessir athugendur? Setning Weyls hjálpar okkur að greina hlutverk þeirra og stöðu. Hermann Bondi (1919–2005) batt setninguna í þessum orðum:[3]

> Í alheimi eru vetrarbrautir (athugendur) á gagnvegum[4] í tímarúminu, sem greinast frá sama punkti í fyrndinni (endanlegri eða óendanlegri).

Án setningarinnar getum við ekki verið viss um hvort ólíkir athugendur séu í raun þeir sömu. Sem dæmi er auðvelt að ímynda sér heimslínur ólíkra athugenda sem greinast frá sameiginlegum punkti í fortíðinni en sameinast aftur í dag, þ.e. á tíma þar sem aldur alheims er um 14 milljarðar ára. Án setningar Weyls hrynur meginforsendan. Með hjálp setningarinnar má úthluta sérhverjum athuganda í alheimi einni og aðeins einni heimslínu. Grunnforsenda heimsfræðinnar hefur í för með sér að hitastig alheims er alls staðar hið sami á stórum kvarða. Þannig getur sérhver athugandi ákvarðað sinn heimstíma út frá hitastigi bakgrunnsgeilsunar á hverjum tímapunkti í sögu alheims. Mikilvægi almennu afstæðiskenningarinnar verður ekki tíundað hér, en fróðleiksfúsum má benda á Hartle (2003) eða 6. kafla hjá Longair (2008).

Í greininni verður helst fjallað um Friedman-Lemaître-Robertson-Walker heimslíkön. Til styttingar verður vísað til þeirra sem FLRW-heimslíkana líkt og vant er. Ástæða er til að eyða örfáum orðum í verk þessara manna, svo við áttum okkur á því hvaða hlutverk hver bókstafur hefur. Alexander Friedman (1888–1925) leiddi fyrstur manna út jöfnu sem lýsir þróun kvörðunarstikans, einni af meginstærðum nútíma heimsfræði, árið 1922. Georges Lemaître (1894–1966) varpaði fyrstur fram kenningunni um heitan Miklahvell árið 1927. Hún er nú almennt viðtekin og er studd margvíslegum gögnum. Þeir Howard Percy Robertson (1903–1961) og Arthur Geoffrey Walker (1909–2001) lögðu stærðfræðilegan grunn að firðinni fyrir einsleitt, stefnusnautt og sveigt tímarúm.

[3] Bondi (1960).

[4] Gagnvegur er stysta leið milli tveggja punkta í tímarúmi.

1.2. Sveigt rúm

Evklíð frá Alexandríu tók saman yfirlit um flatarrúmfræði og byggði hana á fimm frumsendum. Fimmta frumsendan um samsíða línur olli þó einstaka stærðfræðingi hugarangri. Sumir töldu að hana mætti leiða af hinum frumsendunum fjórum, en allt kom fyrir ekki. Í meðförum Bretans John Playfair (1748–1819) hljóðar vandræðagripurinn svo:

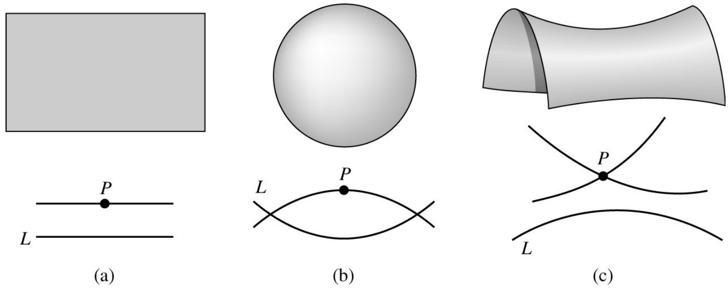
> Gegnum punkt P sem liggur ekki á línu L, má draga eina og aðeins eina línu gegnum P samsíða L.[5]

Það var þó ekki fyrr en snemma á 19. öldinni sem mönnum varð ljóst að frumsenduna um samsíða línur mátti setja fram á þrjá vegu.[6] Á hverri og einni útgáfu hennar, ásamt hinum fjórum frumsetningunum, má grundvalla rúmfræði sem er fyllilega samkvæm. Um er að ræða venjulega evklíðska rúmfræði, rúmfræði rúms með jákvæða sveigju og rúmfræði rúms með neikvæða sveigju. Erfitt er að ímynda sér þrívítt sveigt rúm en til skilningsauka eru oft dregnar upp myndir á borð við mynd 3, af evklíðskum fleti fyrir evklíðska rúmfræði, jákvætt sveigðri kúlu og neikvætt sveigðum söðulfleti. Yfirborð fyrirbæranna er reyndar tvívítt en það verður að nægja til að koma hugmyndafluginu af stað. Þá er rétt að benda á að söðulflöturinn hefur aðeins neikvæða sveigju í grennd við söðulpunktinn.

Þó evklíðsk rúmfræði hrökkvi til við flest það sem þarfnast rúmfræði hér á jörðu niðri er ekki sjálfgefið að hún dugi til að lýsa fyrirbærum í hinum stóra heimi. Svo er því farið í almennu afstæðiskenningunni að massinn sveigir tímarúmið þannig að ljósgeisli sem

[5] Eves (1997).

[6] Upphaf óevklíðskrar rúmfræði er oft rakið til þeirra Carls Friedrichs Gauss (1777–1855), Johanns Bolyai (1802–1860) og Nicolai Ivanovitch Lobachevsky (1793–1856) og segja má að Bernard Riemann (1826–1866) hafi fullkomnað verkið.



Mynd 3. Hér má sjá í verki frumsenduna um samsíða línur. Til vinstri (a) rennur ein og aðeins ein lína um punkt P samsíða línu L á evklíðskum fleti; í miðið (b) gengur engin lína gegnum P samsíða L á fleti með jákvæða sveigju (kúluyfirborð); til hægri (c) má draga fleiri en tvær línur gegnum P samsíða L á fleti með neikvæða sveigju (söðulflötur). Til að átta sig á eðli þessara ólíku flata er gott að hugsa um þríhyrninga. Ef við drögum þríhyrning á sléttum fleti er hornasumma hans 180°. Á yfirborði kúlu er hornasumma hans ætíð meiri en 180° og á söðulfleti ávallt minni en 180°. Myndin er fengin að láni hjá Carroll and Ostlie (2007).

ferðast hjá massamikilli stjörnu virðist sveigja af leið. Í tilvikum sem þessum er nauðsynlegt að geta gripið til óevklíðskrar rúmfræði svo gefa megi fyllilega lýsingu á hegðan ljóssins. Hér látum við okkur varða sveigju tímarúmsins í heild, sveigju alheimsins sjálfs. Þegar hugsað er um sveigju tímarúmsins er gott að ímynda sér ferð tveggja ljósgeisla sem ferðast samsíða. Í flötu rúmi verða þeir samsíða alla tíð, í rúmi með lokaða sveigju munu geislarnir að endingu skerast, en í rúmi með opna sveigju greinast þeir frá hvorum öðrum og skerast aldrei. Mynd 3 ætti að hjálpa ímyndunaraflinu.

1.3. Robertson-Walker firðin

Vísindamönnum nægir ekki að geta hugsað óformlega um hlutina, þeir vilja ennfremur koma á þá stærðfræðilegum böndum. Þar kemur setning Weyls að góðum notum. Úthlutum nú hverjum stað í rúminu *samstíga hniti*, (x,y,z) sem eru víddarlausar stærðir. Þó heimurinn þenjist eða dragist saman breytast samstíga hnit hvers staðar í rúminu ekki. Eiginleikum rúmsins er lýst með *firð*. Dæmi um firð í venjulegu rétthyrndu hnitakerfi í evklíðsku rúmi er

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2.$$

Í kúluhnitum má rita sama línufrymi svo, með hliðstæðri samstíga hnitaþrennd (r,θ,ϕ),

$$ds^2 = dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2).$$

Til einföldunar eru hornþættir sem standa innan svigans ritaðir sem ein stærð þannig að $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2$. Samkvæmt takmörkuðu afstæðiskenningunni er fjarlægð milli tveggja nálægra atburða[7] í tímarúmi (svokölluðu Minkowski rúmi)

$$ds^2 = -c^2dt^2 + dr^2 + r^2d\Omega^2$$

þar sem c er hraði ljóssins. Á hliðstæðan hátt má lýsa eiginleikum sveigðs tímarúms sem hlítir meginforsendu heimsfræðinnar um einsleitan og stefnusnauðan alheim með Robertson-Walker firðinni

$$\begin{aligned} ds^2 &= -c^2dt^2 + R^2(t)d\sigma^2 \\ &= -c^2dt^2 + R^2(t)\left\{\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2d\Omega^2\right\}. \end{aligned} \tag{1}$$

þar sem stærðin k tekur gildið 1 í rúmi með jákvæða sveigju, 0 í flötu rúmi og -1 í rúmi með neikvæða sveigju. Stærðin $R(t)$ er svokallaður *kvörðunarstiki*. Hann hefur víddina lengd og verkar eins og reglustika á rúmið. Með hans hjálp getum við rætt fjarlægðir í rúminu. Kvörðunarstikinn er ein þeirra stærða sem nútíma heimsfræði hverfist um. Veitum því athygli að það sem slaufusviginn afmarkar í jöfnu (1) er óháð tíma. Það hefur mikilsverða þýðingu fyrir þróun tímarúmsins því rúmfræðileg gerð þess (opið, lokað, flatt) getur ekki breyst eftir því sem tímanum vindur fram. Flatur alheimur sem lýtur RW-firðinni verður því flatur um alla tíð.[8]

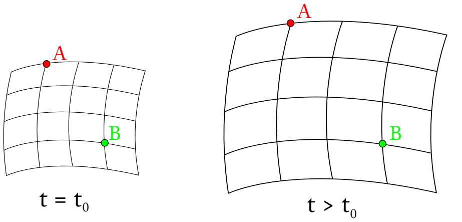
Nú erum við í stakk búin til reikna út *eiginfjarlægð* d_p milli tveggja athugenda A og B. Hún fæst með því að setja $dt = 0$,

$$d_p(t) = \int_B^A ds = R(t)\int_B^A d\sigma. \tag{2}$$

Í dag, klukkan $t = t_0$ er eiginfjarlægðin milli A og B

$$d_p(t_0) = R_0 \int_B^A d\sigma,$$

[7] Atburður hefur fjögur hnit: Þrjú rúm- og eitt tíma-hnit.



Mynd 4. Þegar heimurinn þenst út aukast eiginfjarlægðirnar d_p milli vetrarbrautanna A og B, en hnitafjarlægðirnar r haldast óbreyttar.

þar sem $R_0 = R(t_0)$. Athugum að eiginfjarlægðir breytast með tíma ef $R(t)$ breytist með tíma en hnitafjarlægðirnar breytast ekki. Bent er á mynd 4 í þessu samhengi. Nú er heppilegt að skilgreina nýjan kvörðunarstika sem er staðlaður m.v. gildi hans í dag,

$$a(t) \equiv \frac{d_p(t)}{d_p(t_0)} = \frac{R(t)}{R_0}. \tag{3}$$

Hann verður hér eftir notaður í stað óstaðlaða kvörðunarstikans $R(t)$. Stærðin $a(t)$ er víddarlaus.

1.4. Útþensla alheimsins

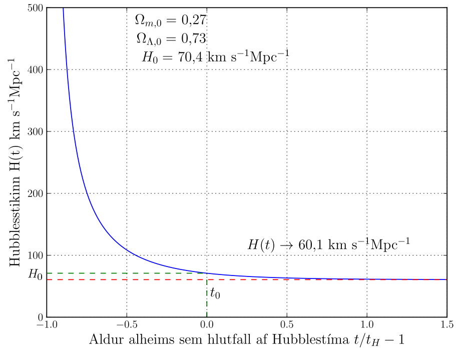
Árið 1929 uppgötvaði Edwin Hubble (1889–1953) að alheimurinn væri að þenjast út og útþensluhraðinn yxi eftir því sem fjarlægðin til fyrirbærisins væri meiri. Hann uppgötvaði að útþensluhraðinn væri í réttu hlutfalli við fjarlægðina og fylgdi lögmáli sem í dag er kennt við hann sjálfan, nánar tiltekið

$$v_0 = H_0 d_p(t_0)$$

þar sem v_0 og t_0 tákna burthraðann[9] og aldur alheims í dag. H_0 er *Hubblesstuðull*. Í dag er gildi Hubblesstuðulsins talið vera[10]

$$H_0 = 70{,}4 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}.$$

Það þýðir að miðað við jörð hreyfast vetrarbrautir í 1 Mpc fjarlægð frá okkur með hraða sem nemur 70,4 km s^{-1}. En Hubblesstuðullinn er ekki fasti. H_0 er gildi hans *í dag*. Rifjum upp jöfnu (2) og (3). Með deildun



Mynd 5. Þróun Hubblesstuðuls ber þess vitni að framan af vex kvörðunarstikinn $a(t)$ hraðar en breytingahraði kvörðunarstikans $\dot{a}(t)$, en að nokkrum Hubblestímum liðnum verður hlutfallið fast.

fæst burthraði fyrirbæris B m.v. A,

$$\begin{aligned} v_p(t) = \dot{d}_p(t) &= \dot{a}(t) R_0 \int_B^A d\sigma \\ &= \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} d_p(t) = H(t) d_p(t) \end{aligned}$$

svo

$$H_0 = \left.\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right|_{t=t_0}.$$

Hér táknar punktur ofan stærðar deildun með tilliti til tíma. Þar sem heimurinn er að þenjast út voru vetrarbrautir í alheimi þéttar saman fyrr en nú. Ef við hverfum nógu langt aftur ætti allt efni í alheimi að hafa verið saman komið í einum punkti. Að því gefnu að útþenslan hafi fylgt lögmáli Hubbles og Hubblesstuðullinn hafi ætíð verið sá sami hefur alheimurinn þanist í

$$t_H = \frac{1}{H_0} = 13{,}87 \text{ milljarða ára.} \tag{4}$$

Þetta er ótrúlega nálægt niðurstöðum mælinga Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (*WMAP*) gervitunglsins sem mældi bakgrunnsgeislun á örbylgjusviðinu, úr frumheimi. Þeim verða gerð skil síðar. Hubblestíminn, eins og stærðin t_H er nefnd, er þó ekki jafn aldri alheims því kvörðunarstikinn $a(t)$ breytist með tíma. Það að $t_H \simeq t_0$ er einungis tilviljun. Í þeim alheimi sem við byggjum minnkar reyndar hlutfallið $\dot{a}/a$ stöðugt. Sjá mynd 5.

Hugmyndin um Hubbleshvel er notadrjúg í heimsfræði. Á Hubbleshveli, sem skilgreina má umhverfis sérhvern athuganda í alheimi, fjarlægjast öll

[8] RW-firðin er stundum sett fram á í öðrum hnitum. Um þá framsetningu má lesa t.d. í 3. kafla hjá Peacock (1999).

[9] Orðaval er mikilvægt í þessu samhengi. Rétt er að leggja áherslu á að fjarlægar vetrarbrautir fjarlægjast okkur vegna útþenslu rúmsins, þær eru ekki á fleygiferð gegnum rúmið sjálft.

[10] Sjá töflu 1 bls. 80.

fyrirbæri athugandann með ljóshraða. Á hverjum tíma er hvelið í fjarlægð

$$d_H = \frac{c}{H(t)}. \tag{5}$$

Í dag er það í um 4,2 Gpc fjarlægð frá jörðu. Öll fyrirbæri handan Hubbleshvels fjarlægjast okkur með meiri hraða en ljóshraða. Það brýtur þó ekki í bága við takmörkuðu afstæðiskenninguna, sem bannar að innbyrðis hraði tveggja fyrirbæra sem stafar af hreyfingu þeirra *gegnum* rúmið verði meiri en ljóshraðinn. En þar sem útþensla rúmsins sjálfs er ábyrg fyrir burthraða fjarlægra vetrarbrauta er engin mótsögn.

1.5. Heimsfasti Einsteins og efni í alheimi

Hvað er í alheimi? Við vitum að það er efni eins og efnið sem við erum úr (stjörnur og geimryk), þungeindir. Það köllum við „venjulegt“ efni. Rannsóknir á fjarlægum vetrarbrautaþyrpingum á undanförnum árum hafa leitt í ljós tilvist svokallaðs hulduefnis.[11] Ýmsir vísindamenn gera drumbeindir (e. *Weakly Interacting Massive Particles, WIMPs*) og þyngla (e. *MAssive Compact Halo Object, MACHO*) ábyrga fyrir hulduefni. Drumbeindir eru massamiklar eindir sem víxlverka við annað efni einungis gegnum veika kjarnakraftinn og þyngdarkraftinn. Þær víxlverka ekki með rafsegulkrafti og þess vegna sjáum við þær ekki. Sem dæmi um drumbeindir má nefna svokallaðar áseindir (e. *axions*). Þyngill er samheiti yfir hvíta og brúna dverga, svarthol og nifteindastjörnur sem leynast í hjúpum vetrarbrauta. Þynglar eru því úr þungeindum líkt og venjulegt efni. Þetta eru gríðarlega massamikil og þétt fyrirbæri sem við sjáum ekki svo auðveldlega nema í tygjum við önnur, bjartari fyrirbæri. Allt þetta efni veldur sömu þyngdarhrifum. Svo fyllir alheiminn geislun ljóseinda, fiseinda og annarra afstæðilegra einda.[12]

Er nokkuð meira?

Laust fyrir aldamótin síðustu byltu tveir rannsóknarhópar, undir forystu Adams G. Riess (f. 1969) og Saul Perlmutter (f. 1959), heimsmyndinni.[13] Þá var viðtekið að útþensluhraði alheims færi minnkandi, að útþenslan hægði stöðugt á sér. Þeir hugðust mæla þessi hrif og beindu tækjum sínum að sprengistjörnum af gerð Ia en þær má nota sem staðalkyndla, fyrirbæri með þekkta reyndarbirtu. Þannig má mæla sýndarbirtuna og ákvarða fjarlægðina. Niðurstöður þeirra voru afgerandi. Hraði útþenslunnar eykst í sífellu. Líkt og kannað verður hér á eftir má gera grein fyrir slíkri hegðan með því að bæta inn í jöfnur afstæðiskenningarinnar svokölluðum *heimsfasta*.

Þetta fyrirbæri—heimsfasti—hefur verið bitbein heimsfræðinga svo lengi sem elstu menn muna. Einstein kynnti hann fyrst til sögunnar 1917. Hann var þá vinna að fyrsta heimslíkaninu sem byggt er á almennu afstæðiskenningunni. Á þessum tíma deildu menn um hvort hluti þeirra stjörnuþoka sem sjást á himni væru innan okkar vetrarbrautar, eða vetrarbrautir utan okkar eigin. Þá vissu menn heldur ekki að heimurinn væri að þenjast út. Það mál leystist með uppgötvun Hubbles árið 1929. Einstein leit því aðeins til stjarnanna og sumar færðust að okkur og aðrar frá okkur. Í dag vitum við að stjörnurnar voru allar innan okkar eigin vetrarbrautar. Einstein ályktaði að heimurinn væri stöðugur og bætti við jákvæðum heimsfasta til að jöfnurnar lýstu slíkum heimi, en án hans var veröldin óstöðug, með tilliti til samdráttar. Seinna meir hvarf hann frá hugmyndum sínum um heimsfasta af fagurfræðilegum ástæðum.

En Einstein hafði ekki alltaf rétt fyrir sér. Í dag er tilvist heimsfastans viðtekin, þökk sé m.a. rannsóknarhópum Riess og Perlmutter. Fastinn er ábyrgur fyrir síauknum útþensluhraða alheims. Menn hafa því gefið orsök hans nafn og kalla *hulduorku*.[14] Fyrst áhrif hennar hafa verið staðfest liggur beint við að spyrja hvaða eðlisfræðilegu merkingu þessi hulduorka hafi?

Nú telja vísindamenn að a.m.k. hluta hulduorkunnar megi rekja til orku tómarúmsins. Samkvæmt skammtafræði er tómarúmið ekki tómt. Þar geta eindir og andeindir þeirra myndast fyrirvaralaust. Eina skilyrðið er að heildarorka eindanna ΔE og líftími þeirra í tómarúminu Δt hlíti óvissulögmáli Werners Heisenberg (1901–1976),

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Á þennan hátt má reikna orku tómarúmsins. Það hafa menn gert. Óhætt er að fullyrða að aldrei í sögu vísindanna hafi niðurstöðum kenninga borið svo illa saman við mælingar. Skammtafræðin spáir því að orkuþéttleiki tómarúmsins sé ríflega 120 stærðarþrepum meiri en mælingar segja til um. Þetta segir samt lítið til um gildi skammtafræði sem vísindakenningar, enda er hún sennilega best prófaða kenning allra tíma. Nær væri að segja sem svo, að við vitum ósköp lítið um orku tómarúmsins og eðli hennar.

---

[11] Sjá t.d. 8. kafla í Ryden (2003).

[12] Afstæðilegar eindir eru eindir sem ferðast á svo miklum hraða að taka verður tillit til afstæðiskenningarinnar þegar um þær er rætt.

[13] Riess et al. (1998) og Perlmutter et al. (1999).

[14] Vert er að taka fram að þrátt fyrir að hulduorka og hulduefni hafi sama forskeyti eiga þau ekkert sameiginlegt nema það að náttúra þessara fyrirbæra er okkur *hulin*.

Þrátt fyrir þessi ósköp stöndum við keik þegar við ræðum hulduorku. Áhrif hennar á kvörðunarstikann er staðreynd hvað svo sem kann að valda henni.

2. Jöfnur heimsins

2.1. Jafna Friedmans

Meginjafna þeirrar heimsfræði sem hér er til umfjöllunar er jafna Alexanders Friedman sem leiddi hana fyrst út 1922.[15] Friedman var rússneskur stærðfræðingur sem lifði því miður ekki til að sjá mikilvægi verka sinna en hann lést úr taugaveiki 1925. Jafnan er lausn á sviðsjöfnum Einsteins og lýsir alheimi í útþenslu. Hér verður jafnan rökstudd á sígildan hátt, í anda Ísaks Newton (1642–1727).

Hugsum okkur kúlu með heildarmassa M og geisla d sem getur þanist eða dregist saman. Staðsetjum á yfirborði kúlunnar lítinn massa m þar sem $M \gg m$. Á m verkar þyngdarkraftur

$$F = -G\frac{Mm}{d^2}$$

þar sem G er þyngdarfasti Newtons.[16] Annað lögmál Newtons gefur okkur þá ástæðu til að ætla að

$$m\ddot{d} = -G\frac{Mm}{d^2}$$

Margföldum í gegn með $\dot{d}$ og heildum m.t.t. d. Þá fæst

$$\frac{1}{2}m\dot{d}^2 = G\frac{Mm}{d} + E \tag{6}$$

þar sem E er fasti. Jafna (6) er orkujafna. $K = \frac{1}{2}m\dot{d}^2$ er einfaldlega hreyfiorka massa m og $U = -G\frac{Mm}{d}$ er stöðuorka m í þyngdarsviði M. Þ.e. $K + U = E$. Heildarorka kúlunnar er því fasti þó hún þenjist eða dragist saman. Við getum allt eins hugsað okkur að kúlan hafi einhvern massaþéttleika ρ. En þar sem geisli kúlunnar $d(t)$ breytist í tíma er ρ einnig háð tíma. Massi hennar er

$$M = \frac{4}{3}\pi d^3(t)\rho(t). \tag{7}$$

Rifjum nú upp jöfnu (3). Hér getum við ritað

$$d(t) = a(t)d(t_0) \tag{8}$$

þar sem $d(t_0)$ er eiginfjarlægð massans m frá miðju kúlunnar á tíma t_0 og $a(t)$ er kvörðunarstikinn. Stingum jöfnum (7) og (8) í (6), einföldum lítillega og fáum

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) + \frac{2E}{d^2(t_0)a^2m}. \tag{9}$$

[15] Friedman (1922).

[16] $G = 6{,}673 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Hvað segir þessi jafna okkur um örlög kúlunnar sem við hugsuðum okkur í upphafi? Sér í lagi höfum við áhuga á örlögum kúlu þar sem $\dot{a} > 0$ í upphafi, þ.e. kúlu með jákvæðan þensluhraða. Þróun kúlunnar veltur fyrst og fremst á fastanum E, heildarorku hennar. Ef $E > 0$ mun kúlan þenjast að eilífu. Ef $E = 0$ mun kúlan einnig þenjast að eilífu en útþensluhraðinn minnkar stöðugt og $\dot{a} \xrightarrow{t\to\infty} 0$. Þar sem massi kúlunnar er endanlegur mun þéttni efnisins minnka stöðugt og $\rho(t) \xrightarrow{t\to\infty} 0$. Ef $E < 0$ mun kúlan þenjast uns þéttleikinn ρ nægir ekki lengur til að vega á móti E. Kvörðunarstikinn nær þá tilteknu hámarksgildi

$$a_{\text{hámark}} = -\frac{GM}{Ed}.$$

Hröðun kvörðunarstikans er neikvæð allan aldur alheims og mun kúlan því að endingu falla saman.

Jafna (9) er sígilt jafngildi hinnar raunverulegu Friedman jöfnu. Líkt og glöggir lesendur hafa áttað sig á, voru þverbrotnar nokkrar af frumsendum heimsfræðinnar sem kynntar voru til leiks hér að framan. Kúlan okkar uppfyllir ekki grunnforsendu heimsfræðinnar um einsleitan og stefnusnauðan alheim, því frá miðjunni *kemur* allt efnið og þaðan *stefnir* það. Því er bæði til sérstök staðsetning og stefna í kúlunni. Þennan misbrest má rekja til þess að kúlan okkar þenst *út í* tómið. Kúlan er ekki allt sem er. Þessu er öfugt farið með alheiminn því hann er allt sem er og getur því ekki þanist *út í* neitt. Það er rúmið sjálft sem þenst.

Jafna (9) þjónar hér ekki öðrum tilgangi en að gefa lesandanum tilfinningu fyrir örlögum kúlu sem þenst eða dregst saman vegna eigin þyngdar. Hugum nú að hinni eiginlegu Friedman jöfnu. Tökum strax til greina áhrif heimsfastans, Λ. Heimsfastinn hefur víddina lengd^{-2}. Með grunnforsenduna, setningu Weyls og almennu afstæðiskenninguna að vopni fæst jafna sem lýsir þróun kvörðunarstikans.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{R_0^2a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho_{mr} + \frac{1}{3}\Lambda c^2.^{17} \tag{10}$$

Hér táknar ρ_{mr} sameiginlegan massaþéttleika efnis og geislunar og k hefur sama hlutverk og í jöfnu (1). Gott er að hugsa um eðli jöfnunnar svo:

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Hvernig kvörðunar-}\\ \text{stikinn } a \text{ breytist}\\ \text{með tíma + sveigja}\\ \text{tímarúmsins.}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\text{Orkuþéttleiki}\\ \text{efnis og geislunar}\\ \text{+ áhrif heimsfasta}\\ \text{(hulduorku).}\end{array}\right\}$$

[17] Í sumum bókum er þátturinn c^2 í síðasta lið jöfnunnar hafður inni í heimsfastanum. Vídd hans er þá tími^{-2}.

Jafna Friedmans lýsir orkuvarðveislu líkt og jafna (9). Hreyfiorka efnis í alheimi ($\propto \dot{a}^2$) jafngildir þyngdarhrifum efnis, geislunar og heimsfasta að viðbættri sveigju alheims, sem er einskonar upphafsskilyrði á sama hátt og E var í jöfnu (9). Í tilfellinu $\Lambda = 0$ verður jafna (9) að jöfnu (10) þegar $E = -\frac{1}{2}kmc^2$.

2.2. Nokkrar hækjur

Það er ekki nóg að hafa jöfnu sem lýsir hegðun kvörðunarstikans. Hvernig breytist $\rho(t)$ með tíma? Jafna Einsteins, $E = mc^2$, gerir okkur hægt um vik að ræða jöfnum höndum um orkuþéttleika og massaþéttleika. Það hugtakið verður notað sem heppilegra er í hvort skiptið.

Gildi fyrsta lögmál varmafræðinnar í öllum alheimi leiðir það til *straumjöfnunnar*

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{P}{c^2}\right) = 0. \tag{11}$$

Þar sem P er þrýstingur í straumefninu. Hún verður best skilin í samhengi við *ástandsjöfnuna*.

Á þeim kvarða sem heimsfræðin fæst við er lífið einfalt. Ástandi efnis í alheimi má lýsa á einfaldan hátt, því efnið (og orkan) hegðar sér þegar á heildina er litið, á sama hátt og þunnar lofttegundir gera hér á jörðu niðri. Ástandsjöfnu þess sem er í alheimi (sjá kafla 1.5) má því lýsa með einfaldri jöfnu á forminu

$$P_i = w_i \rho_i c^2 = w_i \varepsilon_i \tag{12}$$

þar sem hnévísirinn i tekur gildin m, r eða Λ, eftir því hvort jöfnunni er ætlað að lýsa ástandi venjulegs efnis, geislunar eða hulduorku. w_i er fasti sem reikna má út, fyrir hvert gildi á i. Hér verður ekki rökstutt hvert gildi á w_i en ástandsjöfnur óafstæðilegs efnis, geislunar og hulduorku eru eftirfarandi.[18]

$$P_m = 0 \tag{13}$$

$$P_r = \frac{1}{3}\varepsilon_r \tag{14}$$

$$P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda$$

þar sem ε_i er orkuþéttleiki viðkomandi þáttar og $w_m = 0$, $w_r = \frac{1}{3}$ og $w_\Lambda = -1$. Ástandsjafna hulduorkunnar stingur í stúf. Fljótt á litið virðist hún segja okkur að hulduorkan hafi eðlislægan neikvæðan þrýsting. Tökum þessu þó ekki of bókstaflega. Heppilegra er að hugsa sér spennu í þessu samhengi. Ímyndum okkur gúmmíklump. Ef við þrýstum honum saman verður innri spenna klumpsins jákvæð. Klumpurinn leitar út í upphaflegt ástand. Ef við teygjum klumpinn má að sama skapi segja að innri spenna gúmmísins verði neikvæð og hann leitar inn í upprunalega stöðu.

Hugum stuttlega aftur að jöfnu Friedmans (10)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{R_0^2 a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon_{mr} + \frac{1}{3}\Lambda c^2. \tag{15}$$

Hér stendur ε_{mr} fyrir samanlagðan orkuþéttleika efnis og geislunar. Vegna hugmynda um eðli hulduorkunnar (sjá kafla 1.5), þykir sjálfsagt að úthluta henni orkuþéttleika. Hann má skilgreina svo

$$\varepsilon_\Lambda = \frac{\Lambda c^4}{8\pi G} \tag{16}$$

og nota til að einfalda jöfnu (15) þannig að

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{R_0^2 a^2} = \frac{8\pi G}{3}\frac{(\varepsilon_m + \varepsilon_r + \varepsilon_\Lambda)}{c^2} \equiv \frac{8\pi G}{3}\rho. \tag{17}$$

Í umfjöllun um FLRW-heimslíkön er iðulega skilgreind svokölluð *markþétta*. Skoðum jöfnu Friedmans fyrir flatan alheim, $k = 0$. Munum að $H(t) = \dot{a}/a$ og þá fæst að

$$H^2(t) = \frac{8\pi G}{3}\rho. \tag{18}$$

Þá má skilgreina þéttleika í flötum alheimi sem markþéttu ρ_c

$$\rho_c = \frac{3H^2(t)}{8\pi G}.$$

Reikna má gildi markþéttunnar miðað við gildið á Hubblesstuðli í dag

$$\rho_{c,0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 9{,}3 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg\ m^{-3}}$$

sem samsvarar u.þ.b. 6 vetnisatómum á rúmmetra. Ef þéttleiki alheims er meiri en markþéttan er heimurinn lokaður en opinn ef þéttleiki er minni. Í framhaldinu er gagnlegt að skilgreina *þéttustika* Ω.

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}.$$

Heildarþétta alheims er þá

$$\Omega = \sum_i \Omega_i = \sum_i \frac{\rho_i}{\rho_c}.$$

Rúmfræðileg gerð alheims, þ.e. sveigja hans, er nátengd þéttustikum. Í flötum alheimi er $\Omega = 1$, í lokuðum alheimi er $\Omega > 1$ og í opnum alheimi er $\Omega < 1$. Í fyrri umræðu um RW-firðina var lögð áhersla á að sveigja alheims getur ekki breyst með tíma. Því er eins

[18] Umfjöllun um w_m má finna í Ryden (2003) og w_r í Carroll and Ostlie (2007).

farið með formerkið á stærðinni $\Omega - 1$. Allt sem við þurfum því að gera er að mæla Ω til að skera úr um hverrar gerðar alheimurinn okkar er. Ef $\Omega > 1$ verður stikinn það um alla framtíð, ef $\Omega < 1$ er því eins farið og ef $\Omega = 1$ í árdaga verður svo að eilífu.

Til gamans má benda á að með hjálp þéttustika má nú einfalda jöfnu Friedmans allverulega

$$H^2(t)[1-\Omega]a^2(t) = -\frac{kc^2}{R_0^2}. \tag{19}$$

Þetta form jöfnunnar notum við seinna í greininni.

Úr sviðsjöfnum Einsteins má leiða tvær grundvallarjöfnur í heimsfræði. Jöfnu Friedmans, sem við höfum nú þegar rætt og *hröðunarjöfnuna* sem lýsir hröðun kvörðunarstikans. Hröðunarjafnan inniheldur óbeint fyrsta lögmál varmafræðinnar, sem nota má til að leiða út straumjöfnuna.[19] Hröðunarjafnan segir að

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right).$$

Nú er gott að átta sig á áhrifum ólíkra þátta efnisheimsins (efnis, geislunar eða hulduorku) á kvörðunarstikann. Til glöggvunar skulum við stinga inn almennu ástandsjöfnunni, (12), og einfalda lítið eitt

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -4\pi G\rho_i\left(w_i + \frac{1}{3}\right).$$

Gildi á fastanum $w_i > -\frac{1}{3}$ valda því að vaxtarhraði kvörðunarstikans minnkar stöðugt, meðan gildi á $w_i < -\frac{1}{3}$ valda síauknum útþensluhraða. Í fyrri flokkinn falla efni og geislun, en í þann síðari fellur hulduorka. Hér gerum við náttúrulega líka ráð fyrir því að $\rho_i > 0$.

Til eru fleiri gagnlegir stikar í heimsfræði. Einn þeirra er *þenslustikinn* (e. *deceleration parameter*). Athugum að formerkið á enska heitinu er neikvætt. Þenslustikinn var nefnilega smíðaður á þeim tíma þegar menn töldu að útþenslan væri stöðugt að hægja á sér. Í björtu ljósi sprengistjarna varð nafngiftin annkannaleg en íhaldssemi vísindamanna bauð þeim ekki að breyta skilgreiningunni heldur tala þeir nú um „negative deceleration“. Það heitir hröðun á íslensku. Stikanum var eignaður bókstafurinn q og er skilgreindur svo

$$q(t) \equiv -\frac{a(t)\ddot{a}(t)}{\dot{a}^2(t)}$$

og má umrita með hröðunarjöfnunni á læsilegra form

$$\begin{aligned} q(t) &= \frac{1}{2}\sum_i \Omega_i(1+3w_i) \\ &= \frac{1}{2}\Omega_m + \Omega_r - \Omega_\Lambda. \end{aligned} \tag{20}$$

[19] Longair (2008), bls. 199 og 201.

Ef $q > 0$ hægir á útþenslu en herðir ef $q < 0$. Athugum að þéttustikar ólíkra þátta efnisheimsins geta breyst með tíma, þó að heildarþétta þess heims sem við byggjum, $\Omega = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda$ sé fasti og jöfn 1.

3. Einfaldir alheimar

3.1. Rauðvik vegna útþenslu

Áður en hafin verður yfirreið um ýmiskonar heimslíkön er þarft að minnast á eitt helsta tæki stjarneðlisfræðinga þegar þeir rannsaka heiminn. Þegar ljóslind stefnir hraðbyri frá athuganda teygist á bylgjulengd ljóssins sem hún sendir frá sér, bylgjulengd ljóssins sem athugandi mælir er meiri en þegar ljósgjafinn sendi það frá sér. Honum virðist ljósið roðna og þessi hrif eru kölluð rauðvik. Rauðvik uppsprettu sem sendir út ljós af bylgjulengd λ_e en mæld er með meiri bylgjulengd λ_0 er

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e}. \tag{21}$$

Á hliðstæðan hátt styttist bylgjulengd ljóss frá ljósgjafa sem er á leið til athuganda. Þau hrif kallast blávik. Það er skilgreint á hliðstæðan hátt. Stjarneðlisfræðingar hafa mun meiri áhuga á rauðviki en bláviki því nánast öll fyrirbæri í alheimi virðast vera á hraðferð burt frá okkur.

Ljósið fer alltaf stystu leið á ferð sinni um rúmið. Það fylgir svonefndum *núllvegum* (e. *null geodesic*). Rifjum upp RW-firðina, jöfnu (1)

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a^2(t)R_0^2\left\{\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2d\Omega^2\right\}.$$

Núllvegir eru þær brautir í rúminu þar sem $ds = 0$. Við ætlum að fylgja eftir ljósi sem lagði af stað frá fjarlægri vetrarbraut á tíma $t_e < t_0$, með bylgjulengd λ_e og samstíga fjarlægðarhnit r_e. Við sjáum ljósið hér á jörðu niðri á tíma t_0, sem er aldur alheims í dag. Setjum upp kúluhnitakerfi með miðju í miðju jarðar. Í einsleitum og stefnusnauðum alheimi fer ljósið beint af augum, það svigar ekki um geiminn. Okkur er því óhætt að velja hnitakerfið þannig að $d\theta = d\phi = 0$. Braut ljóssins uppfyllir því eftirfarandi jöfnu

$$\pm\frac{c\,dt}{a(t)R_0} = \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}.$$

Við veljum neikvæðu lausnina því athugandinn er í miðju hnitakerfisins á tíma $t_0 > t_e$ og ljósið er á leiðinni til hans, í neikvæða stefnu fjarlægðarhnitsins. Ljósið leggur nú af stað og við á jörðu niðri mælum það á tíma t_0,

$$\int_{t_e}^{t_0}\frac{c\,dt}{a(t)R_0} = -\int_{r_e}^{0}\frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} = \int_0^{r_e}\frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}. \tag{22}$$

Næsti öldutoppur ljóssins berst okkur að tíma $t = t_0 + \lambda_0/c$ liðnum, þar sem λ_0 er bylgjulengd ljóssins hér á jörðu. Þá gildir

$$\int_{t_e+\lambda_e/c}^{t_0+\lambda_0/c} \frac{c\,dt}{a(t)R_0} = \int_0^{r_e} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}. \tag{23}$$

Við sjáum nú að jafna (22) jafngildir (23) þannig að

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{c\,dt}{a(t)} = \int_{t_e+\lambda_e/c}^{t_0+\lambda_0/c} \frac{c\,dt}{a(t)}$$
$$= \int_{t_e}^{t_0} \frac{c\,dt}{a(t)} + \frac{\lambda_0}{a(t_0)} - \frac{\lambda_e}{a(t_e)}.$$

Þar sem kvörðunarstikinn breytist því sem næst ekkert á þeim tíma sem tekur ljósið að ferðast eina bylgulengd má taka $a(t)$ sem fasta á því tímabili. Höfum hugfast að $a(t_0) = 1$, þá fæst

$$\frac{1}{a(t_e)} = \frac{\lambda_0}{\lambda_e} = 1 + z. \tag{24}$$

Þessi niðurstaða fæst með hjálp jöfnu (21). Þegar við horfum út í geim og mælum ljós frá fyrirbæri með rauðvik $z = 3$ þá vitum við að ljóslindin sendi út ljósið á tíma þegar kvörðunarstikinn var $a = \frac{1}{4}$ af því sem hann er í dag. Fjarlægasta fyrirbæri sem við höfum séð var gammablossi við rauðvik $z \simeq 8{,}2$.[20] Þá var kvörðunarstikinn rétt ríflega $\frac{1}{10}$ af því sem hann er í dag, sem þýðir að þá var meðalfjarlægðin milli vetrarbrautahópa um tíundihluti af því sem hún er nú.

Þegar við horfum út í geiminn horfum við aftur í tímann. Við horfum á veröld sem var. Við sjáum ljós sem lagði af stað frá uppsprettum sínum löngu fyrir tíma sólkerfisins okkar og jafnvel vetrarbrautarinnar. Skilgreinum nú *afturhorfstíma* (e. *lookback time*) sem segir okkur hversu lengi ljósið frá lindinni hefur verið á leiðinni til okkar.

$$t_{lb} = t_0 - t(z).$$

Þar sem $t(z)$ er aldur alheims þegar fyrirbæri við rauðvik z sendi frá sér ljósið sem við sjáum í dag.

Þá er okkur ekkert að vanbúnaði. Við skulum demba okkur í heimslíkönin.

3.2. Tómur alheimur

Byrjum rólega. Í tómum alheimi er $\rho = 0$. Friedman jafnan (17) verður einföld viðureignar

$$\dot{a}^2 = -\frac{kc^2}{R_0^2}. \tag{25}$$

[20] Tanvir et al. (2009).

Einfaldasta lausnin á þessari jöfnu fæst í flötum alheimi, $k = 0$. Þá er $a =$ fasti. Þetta er sögusvið takmörkuðu afstæðiskenningarinnar. Þessi alheimur er stöðugur.

Önnur áhugaverðari lausn á jöfnu (25) fæst þegar $k = -1$.[21] Þá er alheimurinn opinn og

$$\dot{a} = \pm\frac{c}{R_0}. \tag{26}$$

Við höfum áhuga á alheimum með þokkalega skilgreint upphaf, svo við veljum jákvæðu lausnina, vaxandi kvörðunarstika. Í tómum alheimi er Hubblesfjarlægðin d_H, jafna (5), jöfn R_0. Með heildun jöfnu (26) fæst kvörðunarstiki, línulega háður Hubblesstuðlinum, sem er að sjálfsögðu fasti í tómum alheimi

$$a(t) = H_0 t.$$

Alheimur af þessari gerð er oft nefndur Milne alheimur í höfuðið á Edward Arthur Milne (1896–1950) sem rannsakaði eiginleika hans fyrstur manna. Í Milne heimi er aldur alheims jafn Hubblestímanum (4). Hér má reikna afturhorfstíma

$$t_{lb} = t_0 - t(z) = t_0 \frac{z}{1+z}.$$

Á mynd 6 má sjá línulegan vaxtarferil kvörðunarstikans. Glögglega má sjá að aldur heimsins er einmitt jafn Hubblestímanum.

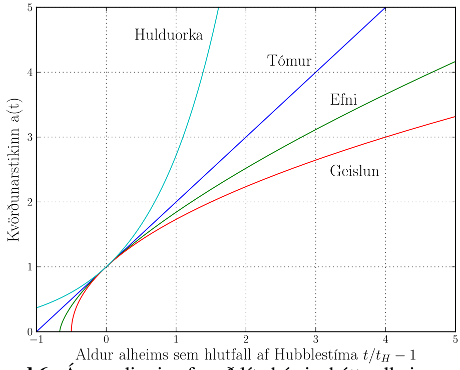
3.3. Flatir einsþátta alheimar

Sá alheimur sem við byggjum er sennilega flatur. Sögu hans má skipta í þrjú skeið eftir því hvaða þáttur efnisheimsins réð mestu um þróun kvörðunarstikans á hverjum tíma. Þetta eru geislunarskeið, efnisskeið og hulduorkuskeið. Þess vegna er lærdómsríkt að skoða hegðan flatra einsþátta alheima, því hegðan þeirra svipar til okkar eigin alheims á þessum ólíku æviskeiðum. Á þennan hátt er einnig hægara um vik að átta sig á framlagi hvers þáttar fyrir sig.

Athugum að massaþéttleiki hvers þáttar ρ_i, er háður kvörðunarstikanum á einn eða annan hátt. Áður en við leysum Friedman jöfnuna þurfum við að átta okkur á þessum venslum og þar kemur straumjafnan til sögunnar, jafna (11). Með hjálp almennu ástandsjöfnunnar, (12), má leysa þá fyrrnefndu. Lausnin er

$$\rho_i = \rho_{i,0} a^{-3(1+w_i)}. \tag{27}$$

[21] Ekki verður með góðu móti fjallað um lokaða, tóma alheima því þeir heimar eru tvinngildir. Sú lausn fæst í tilfellinu $k = 1$.



Mynd 6. Á myndinni gefur að líta þá einsþátta alheima sem hér eru ræddir. Tóman, jákvætt sveigðan alheim, svokallaðan Milne alheim; flatan alheim fylltan efni; flatan alheim fylltan geislun; og flatan alheim með heimsfasta, svokallaðan de Sitter alheim. Myndin er kvörðuð sem hlutfall af Hubblestímanum og aldur alheims í dag er við $t = 0$.

Fastinn $\rho_{i,0}$ fæst með jaðarskilyrðinu $\rho_i(a_0) = \rho_{i,0}$, þ.e. gildi massaþéttleikans í dag. Jöfnu (27) má nú hnoða saman við Friedman jöfnuna og leysa einkvæmt fyrir kvörðunarstikann a. Sú jafna dugar til að rannsaka heim efnis, geislunar og hulduorku, þar sem $w_m = 0$, $w_r = \frac{1}{3}$ og $w_\Lambda = -1$. Fyrir ólíka þætti efnisheimsins er massaþéttleiki[22] háður kvörðunarstika á eftirfarandi hátt

$$\begin{aligned} \rho_m(a) &= \rho_{m,0} a^{-3} \qquad (28)\\ \rho_r(a) &= \rho_{r,0} a^{-4} \\ \rho_\Lambda &= \rho_{\Lambda,0}. \end{aligned}$$

3.3.1. Alheimur fylltur efni

Í alheimi fylltum efni er enginn þrýstingur rétt eins og jafna (13) vitnar til um. Munum að í flötum alheimi er $\Omega = \Omega_i = 1$. Hér þurfum við að leysa jöfnu (17) fyrir $k = 0$. Með jöfnu (28) fæst

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \frac{\rho_{m,0}}{a}.$$

Kvörðunarstikinn sem svarar til þessarar jöfnu er

$$a(t) = \left(\frac{3}{2} H_0 t\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Vaxtarferill kvörðunarstikans er teiknaður á mynd 6. Aldur alheimsins t_0, fæst með því að leysa fyrir t, með það í huga að $a(t_0) = 1$

$$t_0 = \frac{2}{3H_0}.$$

Hér sjáum við strax dæmi þess að aldur alheims $t_0 \neq 1/H_0$. Með jöfnu (24) má sannfæra sig um að

$$t(z) = \frac{2}{3H_0}\left(\frac{1}{1+z}\right)^{\frac{3}{2}} = t_0\left(\frac{1}{1+z}\right)^{\frac{3}{2}}$$

og afturhorfstíminn því

$$t_{lb} = t_0\left(1 - \left(\frac{1}{1+z}\right)^{\frac{3}{2}}\right).$$

Fyrirbæri með rauðvik $z = 3$ sendi því út ljós þegar aldur alheimsins var $1/8$ af því sem hann er á þeim tíma þegar athugandi mælir ljósið.

Þessi alheimur þenst út að eilífu en þó hægir stöðugt á útþenslunni, líkt og þenslustikinn $q = 0{,}5$ vitnar til um. Heimurinn endar í svokölluðu *Miklakuli* því hitastigið $T \xrightarrow{t\to\infty} 0$.

3.3.2. Alheimur fylltur geislun

Frumbernska alheims var tími ljóseinda, fiseinda og annarra afstæðilegra einda—tími geislunar. Þróun hans í árdaga má því lýsa með líkani af flötum alheimi fylltum geislun. Friedman jafna þesskonar heims er

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \frac{\rho_{r,0}}{a^2}$$

og fáum lausn fyrir kvörðunarstikann

$$a(t) = (2H_0 t)^{\frac{1}{2}}.$$

Aldur alheimsins er

$$t_0 = \frac{1}{2H_0}$$

og afturhorfstíminn því

$$t_{lb} = t_0\left(1 - \left(\frac{1}{1+z}\right)^2\right).$$

Til samanburðar má geta þess að fyrirbæri með rauðvik $z = 3$ hefur sent frá sér ljós þegar alheimurinn var $1/16$ af því sem hann er á þeim tíma sem það berst athuganda.

Fljótt á litið virðast eiginleikar þessa heims nær þeir sömu og eiginleikar efnisheimsins. Þó er einn reginmunur. Í þessum heimi er þrýstingur, sbr. jöfnu (14). Þessi þrýstingur eykur þó ekki útþensluhraðann, líkt og maður gæti haldið, heldur hefur hann þveröfug áhrif. Þar fléttast inn hugmyndin um útþenslu

[22] Aftur má minna á að í tilvikum hulduorku og geislunar er eðlilegra að tala um orkuþéttleika en til einföldunar er það látið liggja hér milli hluta en minnt er á jöfnu Einsteins $\varepsilon = \rho c^2$.

rúmsins. Rúmið þenst ekki út í neitt, heldur þenst það sjálft og það er allt sem er. Á sama hátt getur þrýstingurinn, sem stafar af hreyfiorku eindanna, ekki þrýst heiminum út í neitt. Þess í stað bætir hreyfiorka eindanna, sem skapar þrýstinginn, við heildarorkuþéttleika heimsins, svo hann þenst hægar út en t.d. efnisheimurinn, líkt og sjá má á mynd 6. Þrátt fyrir það eru hinstu örlög heimanna þau sömu. Gildi þenslustikans er $q = 1$, sem segir okkur líka að hann hægir hraðar á sér en heimur með $q = 0{,}5$. Gleymum því þó ekki að útþenslan hættir í raun aldrei.

3.3.3. Alheimur fylltur hulduorku

Lausn straumjöfnu fyrir $w_\Lambda = -1$ sýndi fram á fastan orkuþéttleika hulduorku. Það þýðir að svæði í rúminu af tiltekinni stærð hefur ákveðna orku sem breytist ekki þegar tímanum vindur fram.[23] Þar sem alheimurinn er að þenjast út, eykst stöðugt rúmtak heimsins og þar með eykst hlutfallslegt framlag hulduorkunnar í orkubúskap alheims. Þeim mun meiri sem hlutdeild hulduorkunnar er, þeim mun hraðar þenst alheimurinn út og þeim mun hraðar sem alheimurinn vex eykst hluti hulduorkunnar.

Jafna Friedmans fyrir flatan alheim fylltan áhrifum hulduorku er

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_{\Lambda,0}a^2.$$

Sem fyrr má reikna Hubblesstuðul í flötum alheimi með jöfnu (18). Hann má svo tengja heimsfastanum Λ með jöfnu (16). Í ljós kemur að

$$H_0 = \sqrt{\frac{\Lambda c^2}{3}}.$$

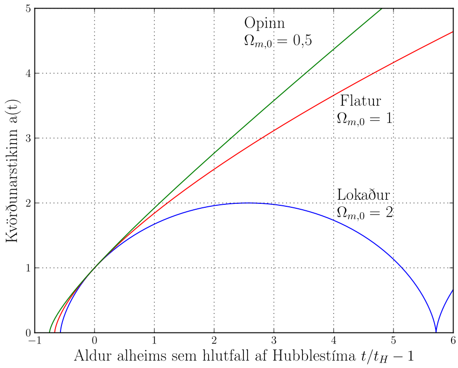
Með aðskilnaði breytistærða og upphafsskilyrðinu $a(t_0) = 1$ má fá lausn fyrir kvörðunarstikann

$$a(t) = e^{H_0(t-t_0)}.$$

Þessi alheimur á sér ekkert upphaf. Sá eiginleiki hefur ýmislegt skemmtilegt í för með sér. Hér hefur náttúrulega enga almennilega merkingu að ræða aldur alheims og tíminn t_0 verður því frekar einhverskonar viðmiðunarpunktur á tímaásnum en stærð sem táknar aldur alheimsins, sem er vitaskuld óendanlegur. Þrátt fyrir það má reikna afturhorfstímann, þ.e. aldur ljóssins sem berst okkur frá fyrirbærum með rauðvik z.

$$t_{lb} = \frac{\ln(1+z)}{H_0}.$$

Örlög þessa heims eru þau sömu og hinna, þó kvörðunarstiki þessa heims stefni miklu hraðar út í eilífðina, sbr. mynd 6. Þetta líkan gefur góða mynd af hegðun kvörðunarstikans í okkar alheimi að nokkrum Hubblestímum liðnum. Öfugt við þennan heim, átti sá alheimur sem við byggjum upphaf í Miklahvelli og þensla sem þessi mun hafa mikil áhrif á starf stjarnvísindamanna í fjarlægri framtíð.



Mynd 7. Þéttan ákvarðar örlög alheims. Hér er alheimur fylltur efni teiknaður fyrir þrjú ólík gildi á þéttustikanum $\Omega_{m,0}$. Neðst í hægra horninu sést lokaði alheimurinn „skoppa“. Það skal ekki taka alvarlega.

3.4. Sveigður efnisheimur

Nú erum við nokkru nær um eðli flatra einsþátta alheima. En hvað ef heimurinn er ekki flatur? Hvað ef þéttustikinn Ω er stærri eða minni en 1. Tökum einfalt dæmi um sveigðan alheim fylltan efni, en án heimsfasta. Þá er $\Omega = \Omega_m \neq 1$. Rifjum nú upp þægilega útgáfu Friedman jöfnunnar (19). Gildi hennar reiknað í $t = t_0$ er

$$H_0^2(1-\Omega_0) = -\frac{kc^2}{R_0^2}.$$

Með henni má umrita jöfnu (19) fyrir sveigðan heim fylltan efni, þannig að

$$\left(\frac{1}{H_0}\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{\Omega_{m,0}}{a} + (1-\Omega_{m,0}). \tag{29}$$

Lausn jöfnunnar er heppilegast að setja fram á stikaformi. Ef $\Omega_{m,0} > 1$ hefur alheimurinn jákvæða sveigju (mynd 3). Massaþéttleiki efnis í alheimi er nógu mikill til að yfirvinna útþensluna. Lausnir jöfnunnar eru

$$a(\xi) = \frac{1}{2}\frac{\Omega_{m,0}}{\Omega_{m,0}-1}(1-\cos(\xi))$$

$$t(\xi) = \frac{1}{2H_0}\frac{\Omega_{m,0}}{(\Omega_{m,0}-1)^{\frac{3}{2}}}(\xi - \sin(\xi)).$$

[23] Sem er ein af ástæðum þess að menn eru hrifnir af hugmyndinni um orku tómarúmsins, sjá kafla 1.5.

Hér er stikinn $\xi \in [0,2\pi]$. Miklihvellur er við $\xi = 0$ og *Miklahrun* verður við $\xi = 2\pi$. Á mynd 7 er lokaða lausnin teiknuð fyrir $\Omega_{m,0} = 2$. Líftími alheims er þá

$$t_{\text{hrun}} = t(2\pi) = \frac{\pi}{H_0} \frac{\Omega_{m,0}}{(\Omega_{m0} - 1)^{\frac{3}{2}}}.$$

Í tilvikinu á myndinni er

$$t_{\text{hrun}} = \frac{2\pi}{H_0} = 2\pi t_H = 2t_{\text{hámark}}.$$

Kvörðunarstikinn nær hámarki þegar $\xi = \pi$. Þá er

$$a_{\text{hámark}} = \frac{\Omega_{m,0}}{\Omega_{m,0} - 1} = 2$$

miðað við $\Omega_{m,0} = 2$. Eftir að þessu hámarki er náð sjá athugendur í alheimi blávik í ljósi nálægra vetrarbrauta því þær taka að nálgast hvora aðra.[24] Athyglivert er að fylgjast með þróun örbylgjukliðsins, sem smám saman klífur upp rafsegulrófið og áður en yfir lýkur verður hann kliður gammageislunar. Svo endar heimurinn ævi sína í heitu Miklahruni.

Ef $\Omega_{m,0} < 1$ hefur alheimurinn neikvæða sveigju því massaþéttleiki efnis í alheimi nægir ekki til að snúa við útþenslunni. Leysum nú (29) á nýjan leik.

$$a(\chi) = \frac{1}{2} \frac{\Omega_{m,0}}{1 - \Omega_{m,0}} (\cosh(\chi) - 1)$$
$$t(\chi) = \frac{1}{2H_0} \frac{\Omega_{m,0}}{(1 - \Omega_{m,0})^{\frac{3}{2}}} (\sinh(\chi) - \chi).$$

Hér er stikinn $\chi \in [0,\infty[$. Þessi alheimur þenst út að eilífu og örlög hans eru Miklakul, rétt eins og hinna flötu alheima sem voru efni kafla 3.3.

Hér ákvarðar þéttan örlög alheims. Sú regla er ekki algild. Í alheimi eins og þeim sem við byggjum eru þættir efnisheimsins sem valda síaukinni hröðun útþenslunnar. Slíkt gera þættir með $w_i < -\frac{1}{3}$. Stundum er vísað til þeirra sem einskonar andþyngdarafls því þeir vinna á móti þyngdinni. Okkar alheimur mun því þenjast út með sívaxandi hraða þrátt fyrir flata rúmgerð.

4. Staðallíkan dagsins í dag

4.1. Efni og orka í alheimi

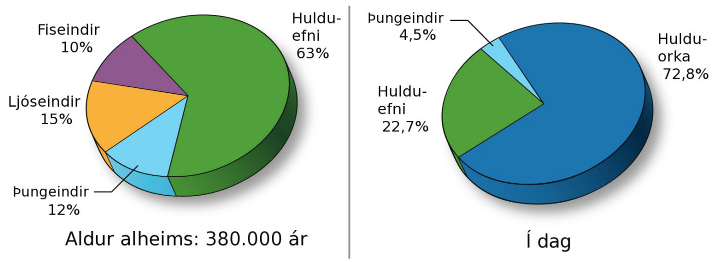
Þróun alheims ráða ólíkir þættir efnisheimsins, það sást best á greiningu okkar á áhrifum hvers þáttar fyrir sig í síðasta kafla. Nú bendir flest til þess að við byggjum flatan alheim, sem hófst með Miklahvelli og mun enda í Miklakuli. Innviðir hans eru venjulegt efni og hulduefni, ljóseindir, fiseindir og aðrar afstæðilegar eindir og hulduorka.

Árið 2001 var gervitunglinu *WMAP* skotið á loft og því var ætlað að gera mælingar á örbylgjukliðnum. Í árdaga var alheimurinn svo þéttur og heitur að rafeindir gátu ekki bundist róteindum. Meðalspölur ljóseinda var ákaflega stuttur því þeim tvístruðu jafnharðan frjálsar rafeindir. Heimurinn eltist og kólnaði, uns hitastigið var orðið nógu lágt (u.þ.b. 3.000 K) til þess að rafeindir gátu bundist róteindum. Þegar frjálsum rafeindum fækkaði skyndilega lengdist meðalspölur ljóseindanna svo heimurinn varð gegnsær og ljóseindir urðu frjálsar. Þær urðu svo að örbylgjukliðnum. Þetta henti þegar alheimurinn var um 380.000 ára gamall. Um það leyti voru ljóseindir kliðsins miklu orkumeiri en nú. Rétt eins og annað ljós sem okkur berst frá fjarlægum stjörnum teygist á bylgjulengd ljóseinda örbylgjukliðarins vegna útþenslu alheimsins. Ljósið roðnar.

Tilvist örbylgjukliðsins eru sterkustu rökin fyrir heitum Miklahvelli. Hann ber vitni fyrri tíð, þegar alheimurinn var þéttari og heitari og kvörðunarstikinn var ekki nema brot af því sem hann er í dag. Við getum líka notað mælingar á örbylgjukliðnum til að ákvarða sveigju alheims og sett mörk á þéttustika einstakra þátta efnisveruleikans. Í töflu 1 eru teknar saman niðurstöður nýjustu mælinga á helstu kennistærðum heimsfræðinnar. Athygliverðust er sennilega mælingin á heildarþéttu alheims: Ω_0 er hér um bil 1. Því er talið að alheimurinn hafi flata rúmgerð. Í fyrra var gervitunglinu *Planck* skotið á loft og er því m.a. ætlað sama hlutverk og *WMAP*. *Planck* mun væntanlega skerpa enn þessa mynd.

Um orkuþéttleika efnis gildir $\varepsilon_m \propto a^{-3}$, enda er rúmið þrívítt og magn efnis af skornum skammti, hvorki myndast né eyðast nýjar þungeindir eða hulduefni. Orkuþéttleiki geilsunar fellur hraðar. Heildarorka ljóseinda í svæði í rúminu með rúmmál $V \propto a^3$ er $E_{\text{heild}} = NE_\gamma = Nhc/\lambda \propto a^{-1}$, því bylgjulengd ljóssins $\propto a$. N er heildarfjöldi ljóseinda með orku $E_\gamma = hc/\lambda$. Orkuþéttleiki ljóseindanna er þannig $\varepsilon_r = E_{\text{heild}}/V \propto a^{-1}a^{-3} = a^{-4}$. Þegar grannt er skoðað kemur í ljós að örbylgjukliðurinn leggur til mesta orku í heildarorkuþéttleika geislunar í alheimi og styrkur hans í dag er $\Omega_{\text{CMB},0} \simeq 5 \cdot 10^{-5}$. Rétt eins og ljóseindir losnuðu í frumheimi þegar atóm tóku að myndast, telja vísindamenn að fyrr hafi losnað svokallaður fiseindakliður. Fiseindir víxlverka nefnilega mun veikar við efni en ljóseindir. Skemmst er frá því að segja að enn hefur ekki tekist að greina þennan klið. Í raun eigum við afar erfitt með að greina fiseindageislun jafnvel frá sólinni okkar, svo það er

[24] Ítarlega umfjöllun um athuganir í lokuðum alheimi má finna í grein Einars H. Guðmundssonar og Gunnlaugs Björnssonar (1995).



Mynd 8. Efni og orka í alheimi, þá og nú. Myndin er fengin að láni af vefsíðu *WMAP* og uppfærð.

ekki nema von að dauf bakgrunnsfiseindageislun úr frumheimi sé okkur hulin. Reikna má út að orkuþéttleiki fiseindakliðsins er um 68% af orkuþéttleika örbylgjukliðsins og saman verður

$$\Omega_{r,0} = \Omega_{\mathrm{CMB},0} + \Omega_{\mathrm{n},0} = 8{,}4 \cdot 10^{-5}.$$

Þaðan er komin talan í töflu 1. Framlag annarrar geislunar í alheimi, t.d. frá sólstjörnum er algjörlega hverfandi í samanburði við geislunarkliðina.

Hlutföll efnis og orku hinna ólíku þátta í alheimi hafa ekki alltaf verið þau sömu. Hefðum við sent *WMAP* á loft um það leyti sem ljóseindir urðu frjálsar, hefði hlutdeild geislunar verið vel mælanleg en áhrif hulduorku verið hverfandi. Sennilega hefðum við enga hugmynd um tilvist hennar, enda þandist heimurinn út $\propto t^{\frac{2}{3}}$ því hann var á efnisskeiði. Þetta er alveg öfugt við þá mynd sem við höfum í dag, þar sem hulduorkan ræður mestu en áhrif geislunar eru hverfandi. Sjá mynd 8 í þessu samhengi.

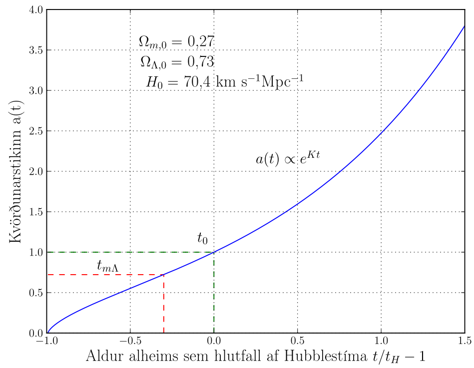
Innbyrðis hlutföll venjulegs efnis og huldueefnis hafa ekkert breyst í tímans rás, né heldur hlutföll örbylgju- og fiseindakliðsins eins og vænta má. Af efni í heiminum er mest af hulduefni. Það sjáum við ekki nema óbeint, vegna þeirra þyngdarhrifa sem það veldur. Afgangurinn eru þungeindir. Raunar greinum við ekki nema sáralítinn hluta af öllu efni í alheimi. Efnið sem illa sést eru þynglar sem gefa frá sér lítið sem ekkert ljós. Stjörnurnar sem við sjáum eru ekki nema um 0,1% af heildarþéttu alheims Ω_0, en litlu meira vegur geimryk og annað mið- og útgeimsefni sem við sjáum líka ágætlega.[25]

4.2. Lausn Friedman jöfnu og eiginleikar staðallíkansins

Það líkan sem notað er til að lýsa okkar bestu vitneskju um alheiminn er talsvert flóknara en þau sem rædd voru fyrr. Friedman jafna þessa heims er

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_{m,0} + \rho_{r,0} + \rho_{\Lambda,0}).$$

[25] Duncan and Tyler (2009).



Mynd 9. Staðallíkan dagsins í dag, skv. jöfnu (31). t_0 markar daginn í dag og rauða línan þá tíð þegar orkuþéttleiki efnis og hulduorku var jafn, $t_{m\Lambda}$. Kvörðunarstikinn utan rauðu línanna vex því eins og veldisvísisfall.

Þessi jafna verður ekki leyst nema með tölulegum aðferðum. Við skulum þó ekki örvænta. Áætluð hlutdeild orkuþéttleika geislunar í heildarþéttu alheims (samkvæmt töflu 1) er hverfandi miðað við hina þættina tvo, efni $\Omega_{m,0} = \Omega_{b,0} + \Omega_{c,0} \simeq 0{,}27$ og hulduorku $\Omega_\Lambda \simeq 0{,}73$. Við getum því með góðri samvisku sleppt $\rho_{r,0}$ úr jöfnunni. Sú jafna sem við fáum fyrir kvörðunarstikann tekur því ekki með í reikninginn þróun kvörðunarstikans í frumheimi. Þá er til lausn á lokuðu formi fyrir $t(a)$

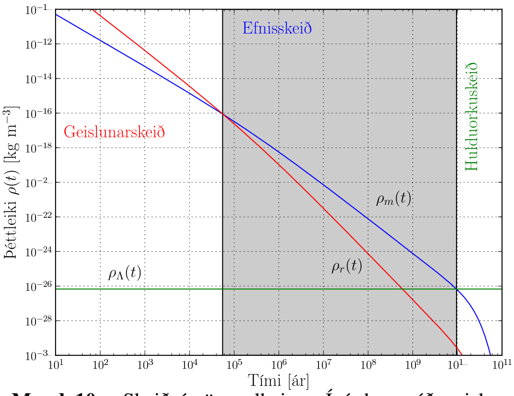
$$t(a) = \frac{2}{3}\frac{1}{H_0\sqrt{\Omega_{\Lambda,0}}} \ln\left\{\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda,0}}{\Omega_{m,0}}\right)a^3} + \sqrt{1 + \left(\frac{\Omega_{\Lambda,0}}{\Omega_{m,0}}\right)a^3}\right\} \tag{30}$$

sem nota má til að reikna aldur alheims í dag ($a = 1$)

$$t_0 = 13{,}77 \text{ Gár.}$$

Jöfnu (30) má snúa á haus og leysa fyrir kvörðunarstikann $a(t)$ þannig að

$$a(t) = \left(\frac{\Omega_{m,0}}{\Omega_{\Lambda,0}}\right)^{\frac{1}{3}} \sinh^{\frac{2}{3}}\left(\frac{3}{2}H_0\sqrt{\Omega_{\Lambda,0}}t\right). \tag{31}$$



Mynd 10. Skeið í sögu alheims. Í árdaga réð geislun, en orkuþéttleiki hennar fellur hraðar en þéttleiki efnis. Orkuþéttleiki hulduorkunnar er fasti og hlutdeild hennar í heildarþéttunni eykst þegar rúmið þenst. Skeið hulduorkunnar hófst fyrir rúmlega 4 milljörðum ára.

Fyrir stóra breytu er $\sinh(x) \propto e^x$. Þegar fram í sækir verður

$$a(t) \simeq \left(\frac{\Omega_{m,0}}{4\Omega_{\Lambda,0}}\right)^{\frac{1}{3}} e^{H_0 t\sqrt{\Omega_{\Lambda,0}}}$$

því góð nálgun á þróun kvörðunarstikans seint í sögu alheims. Á mynd 9 gefur að líta vaxtarferil $a(t)$.

Líkt og fyrr getum við skilgreint afturhorfstímann

$$t_{lb} = t_0 - \frac{2}{3}\frac{1}{H_0\sqrt{\Omega_{\Lambda,0}}}\ln\left\{\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda,0}}{\Omega_{m,0}}\right)\left(\frac{1}{1+z}\right)^3} + \sqrt{1+\left(\frac{\Omega_{\Lambda,0}}{\Omega_{m,0}}\right)\left(\frac{1}{1+z}\right)^3}\right\}.$$

Þannig má reikna að ljós frá fjarlægum fyrirbærum með rauðvik $z = 3$ er ríflega 11,5 milljarða ára gamalt. Áðan var minnst á fjarlægasta fyrirbæri sem við höfum nokkurn tímann séð, gammablossa með rauðvik $z = 8{,}2$. Nú getum við reiknað að þá var aldur alheims ekki nema um 640 milljón ár.

Skipta má þróun alheims upp í þrjú skeið: Geislunarskeið, efnisskeið og hulduorkuskeið. Á hverju skeiði var framlag viðkomandi þáttar til þróunar kvörðunarstikans hlutfallslega mest. Nú koma að gagni niðurstöður úr kaflanum á undan um þróun einsþátta alheima, kafla 3.3. Á mynd 10 sést vel hvernig orkuþéttleiki hvers þáttar réð á hverjum tíma. Einfalt er að reikna annars vegar þann tíma í sögu alheims þegar orkuþéttleiki efnis og geislunar var jafn, t_{rm} og hins vegar þegar orkuþéttleiki efnis og hulduorku var jafn, $t_{m\Lambda}$.

$$t_{rm} = 55.000 \text{ ár}$$
$$t_{m\Lambda} = 9{,}6 \text{ Gár.}$$

Þetta eru að sjálfsögðu líka þeir tímar (í þessari röð) þegar geislunarskeiði lauk og efnisskeið hófst og þegar efnisskeiði lauk og skeið hulduorku hófst.

Þróun Hubblesstuðuls $H(t)$ er athygliverð.

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a} = H_0\sqrt{\Omega_{\Lambda,0}}\coth\left(\frac{3}{2}H_0\sqrt{\Omega_{\Lambda,0}}t\right) \xrightarrow{t\to\infty} H_0\sqrt{\Omega_{\Lambda,0}} \simeq 60{,}1 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}.$$

Mynd 5 sýnir þetta glöggt.

Enn ein mælistika er þenslustikinn q. Jafna (20) gefur okkur gildi hans í dag

$$q(t_0) = \frac{1}{2}\Omega_{m,0} - \Omega_{\Lambda,0} = -0{,}6.$$

Sem sýnir enn og aftur að í dag herðir vöxtur kvörðunarstikans á sér. Í árdaga var $\Omega \simeq \Omega_r = 1$. Þá var $q = 1$. Svo þegar fram liðu stundir lækkaði stöðugt gildið á stikanum og náði núlli þegar $\Omega_m = 2/3$ og $\Omega_\Lambda = 1/3$. q mun halda áfram að lækka og $q(t) \xrightarrow{t\to\infty} -1$.

Tafla 1. Niðurstöður nýjustu mælinga á helstu kennistærðum heimsfræðinnar.[27]

Stærð	Mæling *WMAP*
Aldur alheims	$t_0 = 13{,}75 \pm 0{,}11$ Gár
Hubblesstuðull	$H_0 = 70{,}4^{+1{,}3}_{-1{,}4}$ km s^{-1}Mpc^{-1}
Þéttustiki þungeinda	$\Omega_{b,0} = 0{,}0456 \pm 0{,}0016$
Þéttustiki hulduefnis	$\Omega_{c,0} = 0{,}227 \pm 0{,}014$
Þéttustiki hulduorku	$\Omega_{\Lambda,0} = 0{,}728^{+0{,}015}_{-0{,}016}$
Þéttustiki geislunar[26]	$\Omega_{r,0} = 8{,}4 \cdot 10^{-5}$
Heildarþétta alheims	$\Omega_0 = 1{,}0023^{+0{,}0056}_{-0{,}0054}$

4.3. Örlög alheims

Skynmörk (e. *event horizon*) eru mörk hins kannanlega heims. Atburðir handan skynmarka verða okkur alla tíð huldir sjónum en frá atburðum innan þeirra munum við fá merki áður en yfir lýkur. Í alheimi eins og okkar sem þenst út með sívaxandi hraða, koma fram skynmörk vegna endanlegs hraða ljóssins.[28] Hvaða þýðingu mun þetta hafa fyrir athugendur framtíðarinnar?

[26] *WMAP* mældi ekki þéttustika geislunar, þetta er reiknað gildi til samanburðar.

[27] Þau gildi sem tínd eru hér til má finna í talsvert lengri töflu í Jarosik et al. (2010).

[28] Áhugasömum er bent á grein W. Rindlers (1956) og greinar Einars H. Guðmundssonar og Gunnlaugs Björnssonar (2001; 2002) sem taka m.a. á sjóndeildum í alheimi.

Til að átta sig almennilega á því er gott að staldra aðeins við og hugsa hvað við sjáum í dag. Með berum augum sjást um 3.000 stjörnur í nánasta nágrenni okkar í vetrarbrautinni, á hvoru hveli jarðar. Við getum jafnvel séð Andrómedu sem er næsta vetrarbraut á stærð við okkar og jafnvel nokkrar minni eins og Magellansskýin á suðurhveli. Með sjónauka sjáum við enn fleiri vetrarbrautir. Við áætlum að í hinum sýnilega alheimi séu af stærðarþrepinu 100 milljarðar vetrarbrauta og í dæmigerðri vetrarbraut eru um 100 milljarðar sólstjarna.

Hvað munum sjást eftir 5 milljarða ára? Vetrarbrautin okkar og Andrómeda eru tvær stærstu vetrarbrautinar í svokölluðum grenndarhópi. Þær ásamt nokkrum litlum vetrarbrautum mjakast hver í átt að annarri undir verkan þyngdarkraftsins. Að fimm milljörðum ára liðnum verða þessir risar grenndarhópsins orðnir að einni stórri vetrarbraut.[29] Sólin mun þá hafa eytt öllu lífi á jörðinni vegna aukinnar útgeislunar og væntanlegrar plássfrekju. [30] Enn munu sjást fjarlægar vetrarbrautir þó þeim hafi fækkað nokkuð.

Að 100 milljörðum ára liðnum verður grenndarhópurinn orðinn að einni reginþoku. Engar vetrarbrautir verða sýnilegar lengur. Rauðvik síðustu geisla þeirra vetrarbrauta sem eitt sinn voru sýnilegar verður svo mikið að ekki verður unnt að greina þær. Þar með hverfa þær upplýsingar sem Hubble byggði á lögmál sitt um útþenslu alheimsins. Athugendur framtíðarinnar munu aðeins sjá eina vetrarbraut—þeirra eigin. Rauðvik örbylgjukliðsins mun að sama skapi stóraukast. Bylgjulengd ljóseinda hans verður um $\lambda \simeq 1$ m svo kliðurinn verður kominn yfir á útvarpssvið rafsegulrófsins. Ekki er nóg með að útþenslan muni teygja á bylgjulengdinni heldur mun styrkur geislunarinnar minnka um 12 stærðarþrep. Kliðurinn verður þar með orðinn veikari en rafgassuðið í miðgeimsefninu og því að eilífu hulinn. Þeirra tíma vísindamenn munu hafa engar forsendur lengur til að álykta að heimurinn sé einsleitur og stefnusnauður—enda sýnast þeir einir í miðju hans hans.[31]

Eftir 100 billjónir ára slokknar á síðustu sólstjörnum reginvetrarbrautarinnar. Við fljótum ein í tóminu.

Það blæs ekki byrlega fyrir þeim sem byggja munu alheim. En þótt sólirnar sendi sína síðustu geisla eftir 10^{14} ár mun alheimurinn, eða öllu heldur það sem í honum er, halda áfram að breytast. Deila má ævi alheims í fimm skeið, eftir því hvað var, er eða verður í honum. *Bernskuskeið* (e. *primordial era*) hefst í Miklahvelli og lýkur um það leyti sem efnið nær yfirhöndinni sem ráðandi afl í útþenslu alheimsins, þegar alheimurinn er $\sim 10^5$ ára gamall. Við tekur *sólbrunaskeið* (e. *stelliferous era*). Efni þéttist staðbundið í geimnum og myndar sólir, sólkerfi og vetrarbrautir—þann alheim sem við þekkjum. Á þessu skeiði brenna sólstjörnur eldsneyti sínu með kjarnahvörfum. Undir lok skeiðsins er það efni sem vetrarbrautir smíða úr sínar stjörnur, nær uppurið. Það vetni sem eftir verður í alheimi, verður bundið í brúnum dvergum, stjörnum sem urðu aldrei nógu massamiklar til að hefja vetnisbruna í iðrum sínum. Hinar sem lýstu geiminn enda ýmist sem hvítir dvergar, nifteindastjörnur eða svarthol.[32] Sólbrunaskeiðið líður undir lok þegar aldur alheims er $\sim 10^{14}$ ár.

Á *öngefnisskeiði* (e. *degenerate era*) heldur stjörnumyndun áfram, þó á annan hátt. Árekstrar tveggja hnatta í vetrarbrautum er afar sjaldgæfur—en ef við bíðum nógu lengi henda þeir. Við árekstur brúnna dverga myndast lítil sólstjarna, nógu þung til að brenna því vetni sem hana myndar. Til eru kenningar sem lýsa hrörnun róteindarinnar. Hún hrörnar þá í jáeind og píeind. Þegar jáeindin kemst í snertingu við rafeindir eyðast þær og skilja eftir geislun. Ef slík hvörf eru raunveruleg munu þau hafa mikil áhrif á þróun nifteindastjarna og hvítra dverga. Slíkar stjörnur munu hreinlega gufa upp á nógu löngum tíma, á $\sim 10^{40}$ árum. Þá verður svo komið að einu fyrirbærin sem eitthvað kveður að í alheimi verða svarthol, næsta skeið kallast því *svartholaskeið* (e. *black hole era*). Svartholin eru þó hvergi óhult og smám saman minnka þau vegna svokallaðrar Hawkingsgeislunar. Svarthol eins og þau sem myndast við þyngdarhrun massamikilla stjarna gufa upp á 10^{65} árum og þau sem finna má í iðrum vetrarbrauta á 10^{83} árum. Í enn fjarlægri framtíð, þegar öll svarthol heimisins hafa gufað upp tekur við *skuggaskeiðið* (e. *dark era*). Þá verður aðeins eftir geislun í alheimi, leifar allra skeiða. Að mestum styrk verður þó Hawkingsgeislunin.[33]

4.4. Er þessi mynd sú rétta?

Hvaða athuganir liggja til grundvallar þessari heimsmynd? Fyrst ber að nefna athuganir á bakgrunnsgeisluninni sem ræddar voru lítillega áðan. Þannig getum við sett mörk á þéttustikana $\Omega_{m,0}$ og $\Omega_{\Lambda,0}$ sem hér um bil öllu ráða. Til þess arna má einnig nota fyrrnefndar

[29] Cox and Loeb (2008).

[30] Sólin brennir nú vetni yfir í helín og myndar við það orku sem við sjáum sem ljós og finnum sem hita. Þegar vetnið verður uppurið í kjarnanum tekur hún að brenna helíni í kjarnanum til að halda lífi. Við það ferli þenst hún út og breytist smám saman í rauða risastjörnu.

[31] Krauss and Scherrer (2007, 2008).

[32] Til að vetnisbruni geti hafist þurfa stjörnur að hafa massa $M > 0{,}08\ M_{\odot}$, þar sem $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}$ kg er massi sólarinnar okkar.

[33] Adams and Laughlin (1997).

athuganir á sprengistjörnum af gerð Ia, sjá kafla 1.5. Þá hafa menn notað stórar vetrarbrautaþyrpingar til að ákvarða þéttustika efnis $\Omega_{m,0}$. Þar gera vísindamenn ráð fyrir því að hlutfallið $\Omega_{b,0}/\Omega_{m,0}$ sé það sama í stórum þyrpingum og í alheimi. Mæla má $\Omega_{b,0}$ og þannig ákvarða $\Omega_{m,0}$.[34] Niðurstöður þessara mælinga hafa verið teknar saman á mynd 11. Niðurstöðurnar eru ótvíræðar. Allt ber að sama brunni. Þessar þrjár, mjög ólíku aðferðir til mælinga á þéttustikum heimsfræðinnar styðja staðallíkanið með $\Omega_{m,0} \simeq 0{,}27$ og $\Omega_{\Lambda,0} \simeq 0{,}73$.

Þeirri mynd sem við höfum af alheimi í dag hefur nú verið gerð skil í grófum dráttum. Þrátt fyrir það getur verið gaman að láta hugann reika og sjá hvernig alheimar með önnur gildi á þéttustikunum $\Omega_{m,0}$ og $\Omega_{\Lambda,0}$ myndu hegða sér. Á mynd 11 hafa verið dregnar nokkrar línur sem hver um sig afmarkar mengi gilda á þéttustikum fyrir alheima með svipaða eiginleika. Línan sem skilur neikvætt sveigða alheima frá jákvætt sveigðum er

$$\Omega_{m,0} + \Omega_{\Lambda,0} = 1$$

og sú sem deilir fletinum milli alheima með kvörðunarstika sem herðir eða hægir á sér er $q = 0$ eða

$$\Omega_{m,0} = 2\Omega_{\Lambda,0}.$$

Hinar línurnar tvær afmarka alheima með eða án Miklahvells annars vegar og alheima sem þenjast að eilífu eða falla að endingu saman.[35] Eiginleikar alheima sem sniglast um fyrrnefndu línuna eru um margt athygliverðir. Alheimar án Miklahvells taka Mikludýfu. Heimurinn hefst á samdráttarskeiði uns kvörðunarstikinn nær einhverju lágmarksgildi $a_{\text{lágmark}}$ og svo þenst hann út $\propto e^{Kt}$. Ef við byggðum svona alheim, ættum við að mæla rauðvik á fjarlægum fyrirbærum út að

$$z = \frac{1}{a_{\text{lágmark}}} - 1$$

og í ljósi frá enn fjarlægari fyrirbærum handan þeirra myndi mælast blávik. Þetta er ekki raunin. Við getum því afskrifað þessa gerð alheima.

Enn undarlegri eru alheimar sem liggja á skilunum sjálfum. Þeir ástunda letilíf (e. *loitering*). Fyrst þenst kvörðunarstikinn $\propto t^{\frac{2}{3}}$, líkt og í flötum efnisheimi. Þá letur skyndilega þessi óvanalega samsetning þéttustika kvörðunarstikann, hann hægir á sér og hættir útþenslunni í drjúgan tíma. Kvörðunarstikinn er fasti um hríð, $a = a_{\text{leti}}$. Þetta jafnvægi sem næst er óstöðugt og yfirleitt hrökkva þeir í gang á nýjan leik og þenja sig sem aldrei fyrr, $a(t) \propto e^{Kt}$. Ef við byggðum svona alheim ætti mikill fjöldi vetrarbrauta í mismikilli fjarlægð að vera við fast rauðvik

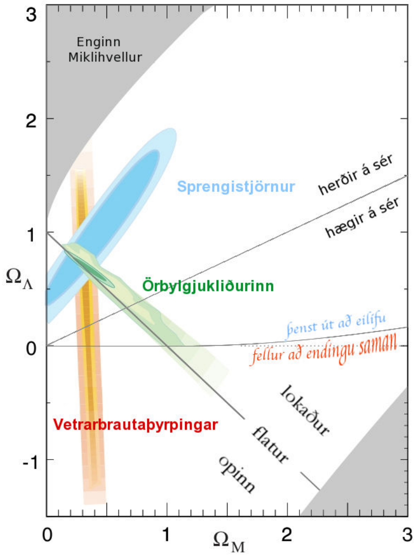
$$z = \frac{1}{a_{\text{leti}}} - 1.$$

Svo er ei. Þessa gerð heimslíkana má því sömuleiðis afskrifa.

Þeir alheimar sem fjallað hefur verið um í þessari grein enda flestir í Miklakuli. Þeirra bíða kuldaleg örlög. Grimmilegri eru þó örlög alheima með þátt sem hefur $w < -1$. Slíkan þátt má nefna *draugorku*. Hún veldur *Miklusundrun* því að

$$a(t) \xrightarrow{t \to \text{ fasti}} \infty.$$

Það eru almennileg ragnarök. Sem dæmi má rekja hvað hendir stuttu fyrir ósköpin í alheimi með þátt $w = -\frac{3}{2}$. Nokkrum milljónum ára fyrir endalokin sundrast vetrarbrautir. Jörðin hrekkur frá sólinni nokkrum mánuðum fyrir dómsdag og hún sjálf rifnar um hálftíma fyrir heimsslit. Síðustu hálmstráin, sameindir, atóm og loks kjarneindir sundrast um 10^{-19} s áður en veröldin steypist endanlega.[36]



Mynd 11. Heimslíkön á $\Omega_{\Lambda,0} - \Omega_{m,0}$ fleti. Bláu, grænu og gulu svæðin sýna óvissusvæði mælinga á örbylgjukliðnum, sprengistjörnum og vetrarbrautaþyrpingum. Myndin er fengin að láni af vefsíðunni `http://www.supernova.lbl.gov` og staðfærð.

[34] Allen (2003).

[35] Ágæta umfjöllun um þessi mörk má finna í Carroll and Ostlie (2007).

[36] Caldwell et al. (2003).

5. Niðurlag — Framtíð heimsfræða

Heimsfræði er að miklu leyti frábrugðin öðrum vísindagreinum.[37] Okkur er fyrirmunað að gera tilraunir á heiminum en í flestum öðrum greinum náttúruvísinda gera menn tilraunir á viðföngum sínum. Menn geta stjórnað einstökum breytum og gert samanburðarrannsóknir. Slíkt er að sjálfsögðu ómögulegt þegar allur alheimur, eðli hans og þróun er viðfangið. Athuganir í heimsfræði felast þannig fyrst og fremst í því að gera mælingar á því sem fyrir er—á því sem við sjáum. Í dag sjáum við ekki nema lítið brot af alheimi. Hinn sýnilegi alheimur mun þenjast lítið eitt en afgangurinn verður okkur sennilega að eilífu hulinn.

Eftir 100 milljarða ára verða þær athuganir sem við grundvöllum á heimsmynd nútímans horfnar. Vegna síaukins útþensluhraða munu öll fyrirbæri sem ekki tilheyra grenndarhópnum hverfa frá okkur hraðar en ljósið. Myndir þeirra munu setjast á himnafestinguna, dofna og hverfa. Útþenslan hylur eigin spor. Leifar örbylgjukliðsins drukkna í rafgassuði geimefnis. Endurómur Miklahvells mun hljóðna. Þar sem við sitjum eftir, að því er virðist ein í miðju alheims, fjúka hugmyndir um grunnforsendu heimsfræðinnar út í veður og vind. Heimsmynd þeirra sem byggja munu veröldina verður frábrugðin þeirri sem við höfum í dag. Vísindamenn framtíðarinnar munu líklega þrátt fyrir það, finna upp allar helstu eðlisfræðikenningar sem við beitum á heiminn í nútíma: Afstæðiskenningu, skammtafræði, klassíska aflfræði, rafsegulfræði o.s.frv. Án grunnforsendunnar mun afstæðiskenningin ekki leiða menn í átt að réttum kenningum um alheim sem hófst í Miklahvelli. Með hjálp kjarneðlisfræði og athugana á hlutföllum frumefna í alheimi, gætu vísindamenn sett neðri mörk á aldur vetrarbrautarinnar—en lengra kæmust þeir ekki. Kjarnahvörf í frumheimi verða mönnum hulin og því einnig uppruni frumefnanna.[38] Afkomendur okkar munu gera mælingar á heiminum og komast að rangri niðurstöðu. Aðferðir vísindanna munu ekki veita okkur rétt svör. Við verðum eyland—í nafla alheims.

Í ljósi þessa vakna óhjákvæmilega spurningar um áreiðanleika kenninga okkar um heiminn í dag. Ef vísindin munu gefa röng svör, gætu svör dagsins í dag hæglega verið það einnig. Ofsaþensla, í ætt og þá sem mun skilja okkur eftir ein, henti líklega einnig í frumheimi. Sennilega höfum við þegar tapað mikilvægum upplýsingum, kubbum sem mun ætíð vanta í heildarmyndina. Þetta er einmitt innsta eðli vísindanna. Þau eru það sem *best er vitað* á hverjum tíma. Kenningar koma og fara og þær sem lifa í dag, deyja á morgun. Í upphafi tuttugustu aldarinnar töldu menn að vetrarbrautin okkar væri ein í alheimi og þau fyrirbæri sem við köllum í dag fjarlægar vetrarbrautir, væru í raun innan okkar eigin. Önnur kenning sem lifði góðu lífi á öldinni sem leið var sístöðukenningin svokallaða, en í þeirri kenningu myndast efni jafnharðan og alheimurinn þenst út svo þéttleiki hans er hér um bil fasti. Slíkur alheimur er eilífur og lítur eins út í dag og hann gerði í gær. Þessi kenning var keppinautur kenningarinnar um Miklahvell. Fundur örbylgjukliðsins festi Miklahvellskenninguna í sessi en velti sístöðukenningunni um koll.

Þetta vekur líka spurningu um getu vísindanna. Að 100 milljörðum ára liðnum virðast spurningar t.d. um eðli fjarlægra vetrarbrauta ekki lengur hafa neina skýra vísindalega merkingu á sama hátt og spurningin: „Hvað var fyrir Miklahvell?“ virðist hafa í dag. Fyrir 10 milljörðum ára hefðum við ekki getað sagt til um sívaxandi áhrif hulduorku á kvörðunarstikann og að nokkrum Hubblestímum liðnum er hæpið að við munum greina merki útþenslunar. Við lifum á tímum í sögu alheims þar sem við virðumst geta rannsakað alla þá þætti sem ráða þróun hans, ólíkt því sem var eða verður. Heimsmynd nútímans sýnist trygg. Ólíkar athuganir styðja hvora aðra og þannig heimsmynd okkar í dag. En líkt og vísindakenningar fyrri tíma hafa brugðist hljótum við að gera ráð fyrir því að sú kenning sem við hömpum í dag geti ekki gert grein fyrir öllum athugunum komandi tíma og verði áður en mjög langt um líður skipt út fyrir aðra betri.

[37] Mælt er með grein Einars H. Guðmundssonar (1996) um heimsmyndina sem tekur m.a. á sérstöðu greinarinnar.

[38] Krauss and Scherrer (2007).

Frekara lesefni

Áhugasömum má benda á aðgengilegar bækur um þessi efni, sem kafa dýpra en hér er gert.

Carroll, S. M. (2010). *From Eternity to Here: The Quest for the Ultimate Theory of Time*. New York: Dutton.

Greene, B. (2005). *Fabric of the Cosmos*. New York: Vintage.

Hawking, S. W. (1999). *Saga tímans*. Reykjavík: Hið íslenzka bókmenntafélag.

Rees, M. (2001). *Our Cosmic Habitat*. Princeton: Princeton University Press.

Weinberg, S. (1998). *Ár var alda*. Reykjavík: Hið íslenzka bókmenntafélag.

Heimildaskrá

Adams, F. C. and G. Laughlin (1997). *RMP 69*, 337.

Allen, S. W. (2003). *Ap&SS 285*, 247.

Bondi, H. (1960). *Cosmology*. Cambridge: Cambridge University Press.

Caldwell, R. R. et al. (2003). *PRL 91*, 071301.

Carroll, B. W. and D. A. Ostlie (2007). *An Introduction to Modern Astrophysics, 2. útg.* San Francisco: Addison-Weasley.
Cox, T. J. and A. Loeb (2008). *MNRAS 386*, 461.
Duncan, T. and C. Tyler (2009). *Your Cosmic Context: An Introduction to Modern Cosmology*. San Francisco: Pearson Addison-Weasley.
Einar H. Guðmundsson (1996). Heimsmynd stjarnvísinda: Sannleikur eða skáldskapur? In *Er vit í vísindum?, bls. 39-68*. Reykjavík: Háskólaútgáfan.
Einar H. Guðmundsson og Gunnlaugur Björnsson (2001). *ApJ 565*, 1.
Einar H. Guðmundsson og Gunnlaugur Björnsson (2002). *Eðlisfræði á Íslandi X*, 59.
Eves, H. (1997). *Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics*. New York: Dover Publications Inc.
Friedman, A. (1922). *Zeitschrift für Phyzik 10*, 377.
Gunnlaugur Björnsson og Einar H. Guðmundsson (1995). *MNRAS 474*, 793.
Hartle, J. B. (2003). *Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity*. San Francisco: Addison Weasley.
Jarosik, N. et al. (2010). Verður prentað í *ApJS*, forprent á arXiv:1001.4744v1.
Krauss, L. M. and R. J. Scherrer (2007). *GR&G 39*, 1545.
Krauss, L. M. and R. J. Scherrer (2008). *Scientific American 298*, 34.
Longair, M. S. (2008). *Galaxy Formation*. Berlin: Springer Verlag.
Peacock, J. A. (1999). *Cosmological Physics*. Cambridge: Cambridge University Press.
Perlmutter, S. et al. (1999). *ApJ 517*, 565.
Riess, A. G. et al. (1998). *AJ 116*, 1009.
Rindler, W. (1956). *MNRAS 116*, 662.
Ryden, B. (2003). *Introduction to Cosmology*. San Francisco: Addison-Weasley.
Springel, V. et al. (2005). *Nature 435*, 629.
Tanvir, N. R. et al. (2009). *Nature 461*, 1254.

Við þökkum ítarlegan yfirlestur og gagnlegar ábendingar frá Birgi Urbancic Ásgeirssyni, Einari H. Guðmundssyni og Gunnlaugi Björnssyni. Verkefni þetta er styrkt af Rannsóknasjóði Háskóla Íslands, Öndvegisstyrk Rannsóknasjóðs Vísinda- og tækniráðs og Marie Curie styrk frá Evrópusambandinu.

Summary: Modern cosmology rests on three theoretical pillars: The cosmological principle, Weyl's postulate and Einstein's general theory of relativity. Combined with latest observations we can construct world models describing the evolution and fate of our Universe. It's lifespan may be roughly divided into three eras. In each a certain component of the Universe dominated it's expansion. These components are respectively: radiation, matter and dark energy. We live in the era of dark energy which constantly accelerates the Universe's expansion, eventually driving other galaxies out of the cosmic horizon. In a 100 billion years time the Universe's future inhabitants will find themselves alone in the observable Universe. The observations we use to support our present world view will be lost and modern cosmology will come to an end.

Um höfundana: Ottó Elíasson er BS-nemi í eðlisfræði við Háskóla Íslands. Páll Jakobsson er dósent í stjarneðlisfræði við Háskóla Íslands.

Raunvísindadeild Háskóla Íslands
Hjarðarhaga 2–6, 107 Reykjavík
`otel@hi.is`
`pja@raunvis.hi.is`

Móttekin: 6. ágúst 2010