Tímarit um raunvísindi og stærðfræði
7. árg. 1. hefti 2010 – raust.is/2010/1/05

Varmafræði svarthola

Helgi Freyr Rúnarsson

Raunvísindadeild, Háskóli Íslands

Vefútgáfa: 1. desember 2010

Ágrip – Svarthol eru svæði í tímarúminu sem ekkert getur sloppið frá. Talið er að þau myndist við þyngdarhrun massamikilla stjarna. Sígildum svartholum er lýst með almennu afstæðiskenningunni en þegar svarthol voru fyrst rannsökuð með tilliti til lögmála varmafræðinnar kom í ljós að þau hafa bæði óreiðu og hitastig og fylgja lögmálum hliðstæðum lögmálum varmafræðinnar. Frá þessum lögmálum má leiða út deildar- og Maxwellvensl fyrir svarthol eins og í sígildri varmafræði. Í framhaldi af þessu voru svarthol skoðuð með tilliti til skammtafræði og þá kom aftur í ljós að eitthvað vantaði í lýsinguna á eiginleikum þeirra.

1. Inngangur

Svarthol eru svæði í tímarúminu sem ekkert sleppur frá, hvorki ljós né agnir. Þaðan kemur nafnið. Yfirborð þessa svæðis kallast skynmörk eða sjóndeild (e. event horizon) og er stærð þess tengd massa svartholsins. Kúla með massa M og radía r verður að svartholi ef radíi hennar er minni en radíi sjóndeildarinnar sem í einfaldasta tilvikinu er gefinn með

$$R_S = \frac{2GM}{c^2}.$$

Talið er að svarthol myndist við þyngdarhrun stjarna. Þegar kjarni stjörnu hefur brennt öllu því vetni sem er til umráða, kólnar stjarnan og dregst saman þar til innri þrýstingur stöðvar samdráttinn. Þessi þrýstingur getur verið af tvennum toga. Annars vegar getur samdráttur stjörnu stöðvast vegna kulþrýstings rafeinda (e. electro degeneracy pressure), þá myndast svokallaður hvítur dvergur. Hinsvegar ef massi upphaflegu stjörnunnar er nægilega mikill, hærri en svokölluð Chandrasekhar mörk, $M_C = 1{,}4\ M_\odot$, þar sem $M_\odot$ er massi sólar, getur þessi þrýstingur hinsvegar ekki hindrað frekari samdrátt og stjarnan dregst ennþá meira saman. Kulþrýstingur nifteinda getur einnig stöðvað hrun stjörnu með massa allt að 3 $M_\odot$ en þá myndast nifteindastjarna. Í grófri fyrstu nálgun má líkja nifteindastjönu við risastóran atómkjarna einungis gerðan úr nifteindum. Talið er að ennþá þéttari ástönd geti verið til, t.d. svokallaðar kvarkastjörnur [11]. Það er ástand þar sem nifteindastjarna fellur saman undan eigin þunga og nifteindirnar brotna niður í einstaka kvarka. Á sama hátt og hugsa má um nifteindastjörnur sem stóran atómkjarna er hægt að hugsa sér að kvarkastjörnur séu risastórar sterkeindir (t.d. róteindir og nifteindir). Hægt er að ímynda sér þéttara ástand fyrir efnið en ferlið mun að lokum taka enda þegar allt efni verður komið inn fyrir sjóndeild massans. Þá hefur svarthol myndast.

Svarthol eru ekki öll þar sem þau eru séð og þegar hugsað er um þau með tilliti til lögmála varmafræðinnar þarf að endurskoða sígilda lýsingu þeirra. Til þess að útskýra ósamræmið milli sígildra svarthola og lögmála varmafræðinnar verður sett fram stutt sígild lýsing á svartholum. Næst verður þróun varmafræðilýsingar svarthola rædd og að lokum verða svonefnd lögmál svarthola sett fram og deildarvensl og Maxwellvensl kynnt.

2. Sígild svarthol

Fyrstu hugmyndir manna um fyrirbæri sem höfðu þá eiginleika sem við vitum nú að svarthol hafa komu frá náttúruspekingunum John Michell árið 1783 í bréfi til Henry Cavendish. Þar talaði hann um kúlu sem hefði sama massa og sólin en 500 sinnum minni radía. Samkvæmt útreikningum hans myndi ögn sem félli að þessari kúlu ná hraða sem væri meiri en hraði ljóssins þegar hann kæmi að yfirborði kúlunnar. Hann nefndi einnig að ljós gæti fundið fyrir þyngdaráhrifunum frá kúlunni og því myndi ljós frá kúlunni sjálfri ekki sleppa frá henni. Þrátt fyrir að útreikningar Michell hafi verið langt frá réttri niðurstöðu (hlutfall radía sólarinnar og radía svarthols með sama massa er 250.000) voru þetta fyrstu alvöru hugmyndir manna um svarthol. Nokkrum árum síðar setti franski stærðfræðingurinn Pierre-Simon Laplace fram svipaðar hugmyndir og Michell en þær voru að mestu leiti hunsaðar.

Það var ekki fyrr en Albert Einstein setti fram almennu afstæðiskenninguna árið 1915 að lýsa mátti svartholum stærðfræðilega. Kenning Einsteins segir að efni og orka hafi áhrif á lögun tímarúmsins. Lögun tímarúmsins hefur svo áhrif á hvernig agnir hreyfast um það. Samkvæmt skilgreiningu á svartholum að ofan eru svarthol mikill massi á litlu svæði. Sem dæmi þyrfti að pakka sólinni saman í hnött með 3 km radía til þess að hún yrði að svartholi. Almenna afstæðiskenningin segir okkur að tímarúmið umhverfis svarthol er gífurlega sveigt. Sveigja tímarúmsins vegna kúlusamhverfs massa eykst með massanum en minnkar með fjarlægð frá honum. Við sjóndeild svartholsins verða skil í sveigjunni. Fyrir innan sjóndeildina er sveigjan það mikil að ekkert getur sloppið þaðan og fellur því inn að miðju svartholsins.

Til þess að lýsa sígildum svartholum þarf aðeins þrjár stærðir: Massa, hverfiþunga og rafhleðslu. Þessi staðreynd kallast *skallasetningin* (e. no hair theorem). Samkvæmt þessari setningu má hugsa sér fjóra flokka svarthola:

- Massi M, hvorki hverfiþungi né hleðsla. Kennt við Schwarzschild.
- Massi M, hverfiþungi J en engin hleðsla. Kennt við Kerr.
- Massi M, hleðsla Q en engin hverfiþungi. Kennt við Reissner og Nordström.
- Massi M, hverfiþungi J og hleðsla Q. Kennt við Kerr og Newman.

Hentugast er að framkvæma alla útreikninga fyrir Kerr-Newman svarthol sem er almennast, en festa svo viðeigandi stærðir jafnar núlli til þess að fá hin tilvikin. Hér eru einingar valdar þannig að $c = G = \hbar = k_B = 4\pi\varepsilon_0 = 1$ til einföldunnar (sérstaklega verður tekið fram ef þetta kerfi er *ekki* notað). Til dæmis er radíi Kerr-Newman sjóndeildar gefinn með[1]

$$r_+ = M + \sqrt{M^2 - Q^2 - a^2},$$

þar sem $a = J/M$. Í því sem á eftir fer verður einungis tilvikið $M^2 \geq Q^2 + a^2$ skoðað, því annars er r_+ tvinntala. Yfirborðsflatarmál Kerr-Newman svarthols má reikna samkvæmt[1]

$$A = 4\pi\left(r_+^2 + a^2\right).$$

3. Varmafræði og svarthol

Árið 1971 setti Stephen Hawking fram svokallaða *flatarmálssetningu* fyrir svarthol [3], en samkvæmt henni mun yfirborðsflatarmál sjóndeildarinnar stækka sama hvaða breytingar verka á svartholið, t.d. við sameiningu tveggja svarthola eða svarthols og efnis. Á tungumáli stærðfræðinnar segir setningin að $dA_{\mathrm{bh}} \geq 0$, þar sem að A_{bh} er yfirborðsflatarmál sjóndeildarinnar. Tveimur árum síðar áttaði Jacob Bekenstein sig á því hve lík flatarmálssetningin er öðru lögmáli varmafræðinnar [2]. Bekenstein ímyndaði sér að ílát sem innihéldi agnir (og því óreiðu) væri látið síga niður að svartholi. Ílátið væri svo opnað og innihaldið látið falla inn í svartholið. Ef svarthol hefðu enga óreiðu hefði óreiða heildarkerfisins (ílát og svarthol) minnkað því nú væri einungis svarthol eftir en engin óreiða. Bekenstein setti því fram þá tilgátu að svarthol hefðu óreiðu sem væri í réttu hlutfalli við yfirborðsflatarmál þess [2], eða

$$S_{\mathrm{bh}} = \eta A_{\mathrm{bh}} \tag{1}$$

þar sem η er hlutfallsstuðull. Næst setti hann fram almennt annað lögmál varmafræðinnar,

$$d\left(S_{\mathrm{m}} + \eta A_{\mathrm{bh}}\right) \geq 0,$$

þar sem S_{m} er óreiða alls efnis í heiminum. Þetta almenna annað lögmál tekur til bæði óreiðu efnis og yfirborðsflatarmáls svarthola.

Þessa niðurstöðu notfærði Hawking sér og dró þá ályktun að ef svarthol hafa óreiðu hafi þau einnig hitastig. Hawking sýndi fram á með skammtasviðsfræði í sveigðu rúmi að svarthol geisla frá sér ögnum og að orkudreifingu agnanna væri lýst með svarthlutarrófi [4]. Á mynd 1 sjást tveir atburðir og með hjálp þeirra er hægt að skilja uppruna þessarar geislunar. Í skammtafræði geta að agnapör myndast með flökti í svokölluðu skammtatómi. Eindirnar tvær eru alltaf eind og andeind (t.d. rafeind og jáeind). Í báðum ferlunum á myndinni myndast agnapar. Í neðra ferlinu fara báðar agnirnar inn fyrir sjóndeildina og eiga því ekki afturkvæmt. Í efra ferlinu fer önnur ögnin inn fyrir sjóndeildina en hin ögnin sleppur frá svartholinu og kemur fram sem geislun frá því.

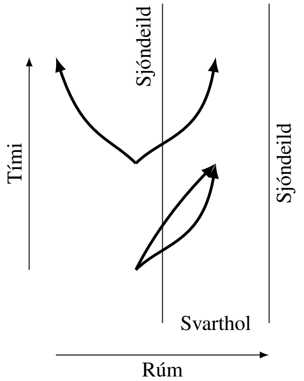
Þegar Hawking hafði sýnt fram á að frá svartholum kæmi geislun settu hann, Brandon Carter og James Bardeen fram fjögur lögmál svarthola [1]. Lögmálunum svipar mjög til lögmála sígildrar varmafræði og verður samsvörun þeirra lýst betur hér á eftir. Lögmálin verða sett fram í sömu röð og þau voru upphaflega sett fram í en halda þeim heitum sem samsvarandi varmafræðilögmál hafa.

3.1. Annað lögmálið

Samkvæmt öðru lögmáli varmafræðinnar getur heildaróreiða kerfis aldrei minnkað. Ef tvö einangruð kerfi í varmajafnvægi eru sameinuð þá mun óreiða þess kerfis sem til verður vera hærri eða jöfn upphaflegri óreiðu kerfanna tveggja.

Annað lögmál svarthola segir að yfirborðsflatarmáls svarthols geti ekki minnkað. Ef tvö svarthol sameinast verður yfirborðsflatarmál nýja svartholsins

[1] Sjá útleiðslu fyrir Kerr-Newman svarthol í bókinni *An Introduction to General Relativity: Spacetime and Geometry* eftir Sean Carroll.



Mynd 1. Hawking-geislun er hægt að skilja á þann hátt að agnapör myndist fyrir utan sjóndeild svarthols. Tveir möguleikar eru á örlögum agnaparsins. Neðra ferlið sýnir báðar agnirnar fara inn fyrir sjóndeildina og eiga þær því ekki afturkvæmt. En eins og efra agnaparið á myndinni sýnir, getur ferlið farið þannig fram að önnur ögnin falli inn í svartholið en hin ögnin sleppi frá svartholinu í formi geislunnar. Þetta á við um allar agnir, þar á meðal ljóseindir.

stærra eða jafnt en samanlögð yfirborðsflatarmál upphaflegu svartholanna.

Lögmálin tvö eru mjög svipuð en aðalmunurinn felst í því að ekkert getur sloppið frá svartholum. Í varmafræði geta tvö kerfi fært óreiðu sín á milli og heildar óreiðan mun vaxa eða haldast jöfn. Fyrir svarthol gengur þetta ferli ekki því engin leið er að flytja aðeins hluta af svartholi yfir í annað svarthol. Annað lögmál svarthola er því strangara en annað lögmál varmafræðinnar. Orða má annað lögmál svarthola þannig að fyrir sérhvert svarthol minnki yfirborðsflatarmál þess ekki.

3.2. Fyrsta lögmálið

Fyrsta lögmál varmafræðinnar segir að í lokuðu kerfi varðveitist heildarorkan,

$$dU = TdS - PdV, \tag{2}$$

þar sem að U er orka, T hitastig, S óreiða, P þrýstingur og V rúmmál. Seinni liðurinn í hægri hlið jöfnunnar kallast vinnuliður.

Fyrsta lögmál svarthola segir að í lokuðu kerfi varðveitist heildarorkan,

$$dM = \frac{\kappa}{8\pi}dA + \Omega dJ + \Phi dQ, \tag{3}$$

þar sem M er massi, κ yfirborðshröðun, A yfirborðsflatarmál, Ω hornhraði, J hverfiþungi, Φ rafmætti og Q hleðsla. Seinni tveir liðirnir í hægri hlið jöfnunnar kallast vinnuliðir.

Með samanburði við jöfnu (2) sjáum við að $\kappa/8\pi$ er þá sambærilegt hitastigi á sama hátt og A er sambærilegt óreiðu en þó er mikilvægt að gera greinarmun á þeim.

Greinileg eru tengsl lögmálanna því bæði lýsa þau breytingu á heildarorku kerfisins og varðveislu orku kerfisins.

3.3. Núllta lögmálið

Núllta lögmál varmafræðinnar segir að jafnt hitastig sé skilyrði fyrir varmajafnvægi tveggja kerfa. Ef kerfi A er í varmajafnvægi við kerfi B og kerfi B er í varmajafnvægi við kerfi C þá eru kerfi A og C í varmajafnvægi.

Samkvæmt núllta lögmáli svarthola er yfirborðshröðunin fasti yfir sjóndeildina. Þetta lögmál gefur því til kynna samsvörun á milli yfirborðshröðunnar svarthols og hitastigs eins og kom í ljós í fyrsta lögmálinu. Þessi samsvörun gengur ennþá lengra þegar þriðja lögmálið er skoðað.

3.4. Þriðja lögmálið

Þriðja lögmál varmafræðinnar segir að ómögulegt sé að lækka hitastig kerfis í núll með endanlegum fjölda aðgerða.

Samkvæmt þriðja lögmáli svarthola er ómögulegt að lækka yfirborðshröðun svarthols í núll með endanlegum fjölda aðgerða.

Hér sést aftur samsvörun á milli yfirborðshröðunnar og hitastigs. Strangari útgáfa þriðja lögmáls varmafræðinnar segir að þegar hitastig kerfis stefni á núll stefni óreiða kerfisins einnig á núll. Þessi útgáfa af lögmálinu á sér enga samsvörun í svartholum. Hægt er að skrifa yfirborðshröðun Kerr-Newman svarthols sem[2]

$$\kappa = \frac{4\pi\mu}{A},$$

þar sem $\mu = \sqrt{M^2 - Q^2 - a^2}$ og a er skilgreint eins og áður. Skoðum nú hvernig hægt væri að lækka yfirborðshröðunina í núll fyrir Reissner-Nordström svarthol með massa M, rafhleðslu Q og $a = 0$. Sleppum ögn með massa m og rafhleðslu q í svartholið. Þá verður massinn $M + m$ og hleðslan $Q + q$ og til þess að yfirborðshröðunin verði núll viljum við að $M + m = Q + q$ því þá er $\mu = 0$. Til þess að ögnin komist að svartholinu verður þyngdarkrafturinn að vera kröftugri en fráhrindikraftur vegna rafkraftsins, eða $Mm > Qq$ (munum að $G = 4\pi\varepsilon_0 = 1$). En þar sem við

[2] Sjá t.d. nánar fyrirlestranótur Ted Jacobsson um varmafræði svarthola, `http://www2.physics.umd.edu/~jacobson/`

erum aðeins að skoða svarthol með $M^2 > Q^2 + a^2 = Q^2$ sbr. kafla 2, fæst $q + Q < m + M$ og því er ekki hægt að lækka yfirborðshröðun svarthols í núll með því að bæta við fleiri ögnum með massa m og rafhleðslu q. Sama niðurstaða fæst ef að ögn með massa m og hverfiþunga j er látin falla inn í svarthol með massa M og hverfiþunga J. Eina leiðin til þess að svarthol með $M^2 = Q^2 + a^2$ sé til er ef það myndast með þann eiginleika.

3.5. Túlkun lögmálanna

Þar sem lögmálin fjögur sýna greinilega samsvörun á milli varmafræðilegra stærða og kennistærða svarthols er hægt að túlka kennistærðir svartholsins á varmafræðilegan hátt. Hitastigið sem samsvarar yfirborðshröðun svarthols er gefið með [8]

$$T_{\mathrm{bh}} = \frac{\hbar\kappa}{2\pi k_B}, \tag{4}$$

þar sem að κ er yfirborðshröðun svartholsins, $\hbar$ Planck fastinn og k_B er fasti Boltzmanns. Fyrir Schwarzschild svarthol fæst

$$T_{\mathrm{bh}} = 6,3 \cdot 10^{-8} \frac{M_\odot}{M} \text{ K}.$$

Þetta er það hitastig sem að athugandi í frjálsu falli í gífurlegri fjarlægð frá svartholinu mælir. Athugendur á ferð umhverfis svartholið mæla annað hitastig sem er þó tengt T_{bh}.

Með bæði hitastig og útgeislunarróf svarthols að vopni fann Hawking hlutfallstuðulinn á milli yfirborðsflatarmáls og óreiðu svarthols [7],

$$\eta = \frac{k_B c^3}{4G\hbar}, \tag{5}$$

þar sem að η er fastinn úr jöfnu (1). Hér hefur föstum aftur verið stungið inn til þess að hægt sé að gera grein fyrir þeim einingum sem koma fyrir.

4. Sambærileg varmafræði

Mikilvægt tól í sígildri varmafræði eru svokölluð deildarvensl. Eins og skallasetningin segir hafa svarthol einungis þrjár kennistærðir, M, Q og J og tengja deildarvensl þessar stærðir saman við afleiddar stærðir svartholsins. Allar aðrar stærðir eru því flokkaðar sem afleiddar stærðir í umræðunni hér að neðan.

Við gerum ráð fyrir að vinnuliðir fyrir varmafræðijöfnurnar séu $-PdV$ og fyrir svartholajöfnurnar $\Omega dJ + \Phi dQ$ í útreikningunum hér á eftir. Þar sem orkan U úr jöfnu (2) er nákvæmt deildi (e. exact differential) er hægt að skrifa

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V dS + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S dV. \tag{6}$$

Við samanburð á jöfnum (2) og (6) fæst

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V. \tag{7}$$

Á sama hátt er massinn M úr jöfnu (3) nákvæmt deildi og því er hægt að skrifa

$$dM = \left(\frac{\partial M}{\partial A}\right)_{J,Q} dA + \left(\frac{\partial M}{\partial J}\right)_{A,Q} dJ + \left(\frac{\partial M}{\partial Q}\right)_{A,J} dQ. \tag{8}$$

Samanburður á (3) og (8) með $\theta = \kappa/8\pi$, gefur

$$\theta = \left(\frac{\partial M}{\partial A}\right)_{J,Q}. \tag{9}$$

Hægt er að skilgreina vermi, dH_{bh}, Helmholtzorku, dF_{bh} og Gibbsorku, dG_{bh}, með

$$\begin{aligned} dH_{\mathrm{bh}} &= \theta dA - Jd\Omega - Qd\Phi, \\ dF_{\mathrm{bh}} &= -Ad\theta + \Omega dJ + \Phi dQ, \\ dG_{\mathrm{bh}} &= -Ad\theta - Jd\Omega - Qd\Phi, \end{aligned}$$

á svipaðan hátt og gert er í varmafræði,

$$\begin{aligned} dH &= TdS + VdP, \\ dF &= -SdT - PdV, \\ dG &= -SdT + VdP. \end{aligned}$$

Við þessar skilgreiningar fást fleiri deildarsambönd. Eitt dæmi er

$$\theta = \left(\frac{\partial H_{\mathrm{bh}}}{\partial A}\right)_{\Omega,\Phi}, \tag{10}$$

sem samsvarar varmafræðilega hitastiginu

$$T = \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_P. \tag{11}$$

Samanburður á jöfnum (7) og (11) gefur

$$\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_P = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V$$

og eins gefur samanburður á jöfnum (9) og (10)

$$\left(\frac{\partial M}{\partial A}\right)_{J,Q} = \left(\frac{\partial H_{\mathrm{bh}}}{\partial A}\right)_{\Omega,\Phi}.$$

Þessi vensl segja okkur að massi og vermi svarthols breytist eins ef yfirborðsflatarmál þess breytist. Augljóst er að fleiri svipuð vensl eru til og er það góð æfing fyrir lesandann að finna þau.

Með því að skoða betur þær jöfnur sem lýsa sígildri varmafræði og svartholum má leiða út svokölluð Maxwellvensl fyrir svarthol. Maxwellvensl fyrir Kerr-Newman svarthol er snúnara að ákvarða heldur

Tafla 1. Tafla yfir Maxwellvensl varmafræði og svarthola.

Varmafræði	Kerr	Reissner-Nordström
$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_S$	$\left(\frac{\partial A}{\partial \Omega}\right)_J = \left(\frac{\partial J}{\partial \theta}\right)_A$	$\left(\frac{\partial A}{\partial \Phi}\right)_Q = \left(\frac{\partial Q}{\partial \theta}\right)_A$
$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$	$\left(\frac{\partial A}{\partial J}\right)_\theta = -\left(\frac{\partial \Omega}{\partial \theta}\right)_J$	$\left(\frac{\partial A}{\partial Q}\right)_\theta = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)_Q$
$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$	$\left(\frac{\partial A}{\partial \Omega}\right)_\theta = \left(\frac{\partial J}{\partial \theta}\right)_\Omega$	$\left(\frac{\partial A}{\partial \Phi}\right)_\theta = \left(\frac{\partial Q}{\partial \theta}\right)_\Phi$
$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_P = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_S$	$\left(\frac{\partial A}{\partial J}\right)_\Omega = -\left(\frac{\partial \Omega}{\partial \theta}\right)_A$	$\left(\frac{\partial A}{\partial \Phi}\right)_Q = \left(\frac{\partial Q}{\partial \theta}\right)_A$

en fyrir sígilda varmafræði þar sem að tveir vinnuliðir koma fyrir. Hér verður farið í gegnum eina slíka útleiðslu. Leysum nú fyrir dA í jöfnu (3) til þess að fá

$$dA = \theta^{-1}\left(dM - \Omega dJ - \Phi dQ\right), \qquad (12)$$

og gerum ráð fyrir að θ sé óháð Q og J þannig að skrifa megi jöfnu (8) sem

$$dM = \left(\frac{\partial M}{\partial \theta}\right)_{J,Q} d\theta + \left(\frac{\partial M}{\partial J}\right)_{\theta,Q} dJ + \left(\frac{\partial M}{\partial Q}\right)_{\theta,J} dQ. \qquad (13)$$

Með því að leysa jöfnur (12) og (13) saman, gera ráð fyrir því að dA sé nákvæmt deildi og notfæra sér að röð deildunar skiptir ekki máli fæst til dæmis

$$\left(\frac{\partial A}{\partial Q}\right)_\theta = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)_Q,$$

sem eru Maxwellvensl. Eins og jafnan gefur til kynna lýsa Maxwellvensl breytingum á bæði kenni- og afleiddum stærðum þegar að öðrum kenni- og afleiddum stærðum er breytt, rétt eins og deildarvenslin gera.

Samanburður á deildavenslum og Maxwellvenslum sýnir okkur þó að deildavensl fjalla um breytingar á mismunandi orkuþáttum (M, H, F og G) en Maxwellvensl lýsa öðrum afleiddum stærðum.

Með svipuðum útleiðslum fást fjögur Maxwellvensl fyrir hlaðið svarthol og fjögur fyrir svarthol sem snýst. Í heild fást því átta Maxwellvensl fyrir Kerr-Newman svarthol og eru þau sett fram í töflu 1.

5. Skammtafræði

Á svipuðum tíma og rannsóknir á varmafræði svarthola voru að byrja var skammtafræði orðin ein stærsta grein eðlisfræðinnar. Því er eðlilegt að spyrja hvernig svarthol og lögmál skammtafræðinnar eigi saman. Byrjum á því að rifja upp nokkur lykilatriði fyrir þá umræðu.

Í skammtafræði er ástandi kerfis lýst með bylgjufalli. Bylgjufjöll gera okkur kleift að reikna út líkur á því að mælingar á kerfinu skili vissri mæliniðurstöðu á ákveðnum tíma. Mælistærðirnar gætu t.d. verið orka, spuni, staðsetning eða hraði agnar. Óvissulögmál Heisenbergs segir okkur að vissar mælistærðir agnar, t.d. staðsetningu og hraða, sé ekki hægt að mæla samtímis með fullri nákvæmni. Þetta lögmál er algjörlega óháð því hve góð mælitæki eðlisfræðingurinn hefur í höndunum.

Þrátt fyrir þessa hegðun mælistærða í skammtafræði er engin óvissa í tímaþróun skammtafræðikerfis. Ef gefið er bylgjufall á einhverjum tíma er hægt að leysa Schrödinger jöfnuna til þess að fá bylgjufall þess síðar. Ein af frumforsendum skammtafræðinnar segir að ef gefið er bylgjufall upphafsástands Ψ_1, þá er hægt að finna línulega vörpun S þannig að

$$\Psi_2 = S\Psi_1,$$

þar sem Ψ_2 er bylgjufall lokaástands. Þessi línulega vörpun er bein afleiðing Schrödingerjöfnunnar og er andhverfanleg. Þetta þýðir að við getum skrifað

$$\Psi_1 = S^{-1}\Psi_2,$$

þar sem að S^{-1} er andhverf vörpun S. Þetta segir okkur að allar upplýsingar um upphafsástandið eru faldar í lokaástandinu, því annars væri ekki hægt að skrifa Ψ_1 sem línulega vörpun af Ψ_2. Óvissulögmálið segir okkur hversu mikið af þessum upplýsingum við getum lesið í upphafi og í lok ferlisins en það magn breytist ekki með tíma.

5.1. Upplýsingaþversögn Hawkings

Þessi lögmál skammtafræðinnar og sú lýsing svarthola sem hefur verið fjallað um leiðir til þversagnar [5]. Hugsum okkur ský af geimryki sem fellur saman og myndar stjörnu. Þessi stjarna verður svo fyrir þyngdarhruni og myndar svarthol. Eins og skallasetningin segir er þessu svartholi lýst með þremur stærðum: Massa, hverfiþunga og rafhleðslu. Allar aðrar upplýsingar um skýið eru því horfnar inn í svartholið. Þær eru þó ekki glataðar því að athugandi sem færi inn fyrir sjóndeild svartholsins gæti nálgast þær.

Mótsögnin kemur hinsvegar fram þegar varmafræðieiginleikar svartholsins eru skoðaðir. Þar sem svartholið geislar frá sér minnkar massi þess og svartholið mun að lokum hverfa. Lauslega áætlaður líftími svarthols er [6]

$$\tau \propto 10^{71}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^3 \mathrm{s},$$

en til samanburðar er talið að aldur alheimsins sé $5 \cdot 10^{17}$ s [9]. Ef við ímyndum okkur að svartholið sé nægilega lítið eða að alheimurinn endist nægilega lengi þannig að svartholið muni að lokum hverfa vegna útgeislunnar þá kemur þversögn fram. Þar sem sú útgeislun sem kemur frá svartholi er varmageislun er hitastig eina kennistærð geislunarinnar. Varmageislun er lýst með blönduðu skammtaástandi, en það þýðir að ástandinu er lýst með samantekt bylgjufalla þar sem hvert um sig gefur vissar líkur á tiltekinni mæliniðurstöðu. Nú virðast því upplýsingarnar um upphafsástandið hafa glatast í þessu ferli þar sem að hreint skammtaástand hefur þróast yfir í blandað skammtaástand en skammtafræðin leyfir það ekki. Þessi lýsing á tímaþróun svarthola með lögmálum skammtafræðinnar getur því ekki verið rétt.

Tillögur að lausnum hafa verið margar en þær sem liggja beint við eru þrjár:

1. Hreint ástand geti þróast yfir í blandað ástand.
2. Svartholið gufar ekki alveg upp, það verður eftir leif.
3. Hawking-geislun er ekki varmageislun.

Hér verður ekki fjallað um þessar lausnir en bent á ágæta grein eftir Lárus Thorlacius [10] þar sem ítarlegri umfjöllun er að finna.

6. Lokaorð

Eins og hér hefur verið lýst var sýnt fram á að svarthol, sem í fyrstu virðast algjörlega svört og óvarmafræðileg, hafa bæði óreiðu og hitastig, hægt er að setja fram lögmál fyrir svarthol sem eru jafngild og jafnvel strangari lögmálum varmafræðinnar. Á sama hátt og í varmafræði má skilgreina vermi, Helmholtz- og Gibbsorku og leiða út deildavensl fyrir lykilstærðir. Frá þessum deildavenslum má svo leiða út Maxwellvensl fyrir svarthol sem í fjarlægri framtíð væri hægt að nota við mælingar kennistærða svarthola og tengja þannig mældar stærðir við aðrar kennistærðir svartholsins eins og gert er í varmafræði.

Eins og glöggir lesendur hafa líklegast áttað sig á, er ósamræmi á milli annars lögmáli svarthola og því að svartholið geislar frá sér orku. Orkan sem fer frá svartholinu verður til þess að svartholið tapar massa og minnkar (og þar með líka radíi þess og yfirborðsflatarmál) en annað lögmál svarthola segir að yfirborðsflatarmálið minnki aldrei. Lögmál svarthola virðast því ekki algild en þau gilda þó fyrir sígild svarthol, þar sem að uppgufun svarthola er skammtafræðilegt fyrirbæri og á rætur sínar að rekja til þess að skammtsviðsfræði leyfir neikvæð orkuástönd.

Einnig er hægt að skoða svarthol með tilliti til skammtafræði. Fljótlega kemur þá í ljós að svarthol brjóta í bága við tímaþróun skammtafræðilegs kerfis. Eins og stendur er engin kenning sem leysir þann vanda en í grein Lárusar [10] er farið yfir helstu tillögur að lausn og sú líklegasta rædd í nokkurn þaula. Frá þeirri líklegustu sprettur upp svokallað *heilmyndunarlögmál* (e. holographic principle) sem segir að magn upplýsinga í skammtafræðikerfum með þyngdaráhrifum vex í réttu hlutfalli við yfirborðsflatarmál kerfisins en ekki í hlutfallið við rúmmál eins og í skammtafræðilegs kerfi án þyngdaráhrifa. Áhugasömum lesendum sem vilja fræðast meira um heilmyndunarlögmálið er bent á áðurnefnda grein Lárusar.

Heimildir

[1] Bardeen, J. M. et al., 1973, Springer Journal 31, 161.
[2] Bekenstein, J. 1973, Phys. Rev. Lett. 7, 2333.
[3] Hawking, S. W., 1971, Phys. Rev. Lett. 26, 1344.
[4] Hawking, S. W., 1974, Nature 248, 30.
[5] Hawking, S. W., 1975, Phys. Rev. D 14, 2460.
[6] Hawking, S. W., 1975, Comm. Math. Phys. 43, 199.
[7] Hawking, S. W., 1976, Phys. Rev. Lett. 13, 191.
[8] Hawking, S. W., 1977. Sci. Am. 236, 34.
[9] Suyu, S. H., 2010, ApJ, 711, 201.
[10] Thorlacius, L., 2004, Raust 2, 93.
[11] Zhitnitsky, A. R., 2002, arXiv:hep-ph/0202161v4

Summary: Black holes is a region of space which nothing can escape from. It is believed that black holes form from the gravitational collapse of massive stars. Classical black holes are described by general relativity but when the laws of thermodynamics are used to describe those black holes something seems to missing from the description. It turns out that black holes have both entropy and temperature and follow laws similar to the laws of thermodynamics. From these laws one can derive differential- and Maxwell relations just like in thermodynamics. Around the same time, the description of black holes was also looked at from the point of view of quantum mechanics and similar discrepancies were found.

Um höfund: Helgi Freyr Rúnarsson er MS-nemi í kennilegri eðlisfræði við Stokkhólmsháskóla.

Raunvísindadeild, Háskóli Íslands
Hjarðarhaga 2–6, 107 Reykjavík
hfr1@hi.is

Móttekin: 3. ágúst 2010