Tímarit um raunvísindi og stærðfræði
4. árg. 1. hefti 2007 – raust.is/2007/1/07

Notkun Langmuirnema

Jón Tómas Guðmundsson[a,b]

[a]Verkfræðideild Háskóla Íslands, [b]Raunvísindastofnun Háskólans

Vefútgáfa: 20. desember 2006

Ágrip — Hér er fjallað um Langmuirnema og beitingu þeirra til að mæla kennistærðir rafgass: rafeindaþéttleika, rafgasmætti, flotmætti og orkudreififall rafeinda. Kynntar eru þær kennilengdir rafgassins sem taka verður tillit til við hönnun og smíði nema. Fjallað er um mælingu á straum-spennu kennilínu og kynnt aðferð Druyvesteyn til að ákvarða orkudreififall rafeinda í rafgasi. Þegar orkudreififallið hefur verið fundið má nota það til að ákvarða rafeindaþéttleika og meðalorku rafeinda í rafgasinu. Einnig er sýnt hvernig rafeindahitastig og rafeindaþéttleiki eru ákvarðaðir í rafgasi þar sem gera má ráð fyrir því að orka rafeindanna sé Maxwell dreifð. Sívölum Langmuirnema er síðan beitt á argon rafgas í flatri spanafhleðslu og dc segulspætu og með aðferð Druyvesteyn er orkudreififall rafeinda fundið og kennistærðir rafgassins ákvarðaðar.

1. Inngangur

Leiðandi nemi, sem komið er fyrir í afhleðslu er elsta, notadrýgsta og algengasta tólið til greiningar á rafgasi. Þegar lögð er jákvæð eða neikvæð spenna á nemann dregst rafeinda eða jónastraumur að honum. Nemar þessir voru innleiddir af Irving Langmuir snemma á tuttugustu öld og eru þeir við hann kenndir og oftast nefndir Langmuirnemar. Aðferðafræðin var snemma þróuð og nemarnir greindir í smáatriðum af Mott-Smith og Langmuir (1926). Með Langmuirnema má ákvarða rafeindaþéttleika, jónaþéttleika, rafgasmætti, og flotmætti í rafgasinu. Langmuirnemar eru einkum hentugir til að mæla kennistærðir í rafgas-afhleðslum sem vinna við lágan gasþrýsting. Langmuirnemum hefur verið beitt á afhleðslur með rafgasþéttleika $10^6 - 10^{19}\,\mathrm{m}^{-3}$, rafeindahitastig frá $0.1\,\mathrm{eV}$ upp í nokkur hundruð eV og gasþrýsting á bilinu 10^{-6} – 1 Torr (Hershkowitz, 1989). Í rafgasafhleðslum, sem vinna við lágan gasþrýsting ríkir ójafnvægi. Rafeindir rafgassins eru ekki í varmajafnvægi við aðrar agnir, jafnvel ekki við aðrar rafeindir í rafgasinu. Aðferð Druyvesteyn (1930) felst í því að finna orkudreififall rafeindana í rafgasinu út frá annarri afleiðu straum-spennu kennilínu Langmuirnemans. Framfarir í rafeindatækni og mælitækni á allra síðustu árum, en einkum þó í stafrænni síun og úrvinnslu gagna, hafa gert það tiltölulega auðvelt að ákvarða orkudreififall rafeinda með Langmuirnema. Það flækir túlkun straum-spennu kennilínu Langmuirnemans að neminn truflar umhverfi sitt þegar hann dregur til sín straum. Nemann þarf að hanna þannig að truflunin sé lágmörkuð. Hér er fjallað um mælingar með Langmuirnema í afhleðslum sem gjarnan eru notaðar til lýsingar og til efnisframleiðslu og meðhöndlunar, með rafgasþéttleika $10^{14} - 10^{18}\,\mathrm{m}^{-3}$, orku rafeinda $1 - 10\,\mathrm{eV}$ og gasþrýsting upp að nokkrum Torr. Nokkur fjöldi yfirlitsgreina hefur verið ritaður um Langmuirnema og notkun þeirra (Hershkowitz, 1989; Godyak, 1990; Godyak et al., 1992) og Godyak et al. (1993) bera saman nokkrar aðferðir til að finna kennistærðir rafgassins út frá mældri straum-spennu kennilínu. Einfalt og læsilegt smárit um notkun Langmuirnema var ritað af Ruzic (1994). Í textanum er táknið T notað til að vísa til hitastigs á Kelvin-kvarða [K]. Orkujafngildi hitastigs í Joule er kT, þar sem k=$1.381 \cdot 10^{-23}$ J/K er fasti Boltzmann. Táknið T er notað fyrir spennujafngildi hitastigs þar sem $e \times \mathrm{T}\,[\mathrm{V}] = k \times T\,[\mathrm{K}]$. Þannig er stofuhitastig T=297 K jafngilt $\mathrm{T} \approx 0.026\,\mathrm{V}$.

2. Nokkur grunnhugtök

Hlutjónað rafgas er safn rafeinda, jóna og hlutlausra sameinda. Fyrir fullkomna sígilda lýsingu á rafgasinu þarf að tiltaka raf- og segulsvið sem og staðsetningu og hraða allra agna í rúmmálinu sem til skoðunar er.

Til að raunhæft sé að lýsa ögnum í rúminu er leitað til safneðlisfræðinnar. Ef fyrir sérhverja staðsetningu $\mathbf{r}$, eru í örsmæðarrúmmálseiningunni $d^3\mathbf{r}$ að meðaltali $f_j(\mathbf{r},\mathbf{v})d^3\mathbf{r}d^3\mathbf{v}$ agnir af gerð j, sem hafa hraða í örsmæðinni $d^3\mathbf{v}$ við $\mathbf{v}$, þá er f_j nefnt dreififall agna af gerð j. Dreififallið getur líka breyst með tíma t, svo safneðlisfræðileg lýsing rafgassins er almennt gefin með $f_j(\mathbf{r},\mathbf{v},t)$ fyrir öll $\mathbf{r}$, $\mathbf{v}$ og t. Rafeindir eru almennt nálægt varmajafnvægi innbyrðis í hlutjónuðum afhleðslum, en jákvæðar jónir eru nær aldrei í varmajafnvægi innbyrðis. Í gasi sem er í varmajafnvægi eru agnir með alla hraða, en líklegasta dreifing þessara hraða er nefnd Maxwell dreifing, gefin sem

$$f(v) = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \qquad (1)$$

þar sem n er agnaþéttleiki, og m er massi agnar. Oftast er hitastig notað til að lýsa hraðadreifingu þar sem tengsl meðalhraða agna og hitastigs eru gefin með

$$\frac{1}{2}mn\langle v^2\rangle_{\mathbf{v}} = \frac{3}{2}nkT \qquad (2)$$

Þetta segir að meðalorka agnar er $kT/2$ fyrir hverja svigrúmsvídd. Jöfnu (1) má rita fyrir rafeindir

$$g_{\mathrm{e}}(\mathcal{E}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}n_{\mathrm{e}}\mathcal{E}^{1/2}\mathrm{T}_{\mathrm{e}}^{-3/2}\exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{\mathrm{T}_{\mathrm{e}}}\right) \qquad (3)$$

þar sem $\mathcal{E} = \frac{1}{2}m_{\mathrm{e}}v^2$ er hreyfiorka rafeinda og T_{e} er rafeindahitastig. Þegar rætt er um rafeindahitastig er gefið til kynna að rafeindir rafgassins hlíti Maxwell dreifingu og rafeindahitastigið er þá tvöfalt líklegasta gildi þeirrar dreifingar. Eins og áður sagði ríkir almennt ekki varmajafnvægi milli ólíkra agna í hlutjónuðu rafgasi. Þá er rafeindahitastigið mun hærra en jónahitastigið. Einnig er mögulegt að orkudreififall rafeindanna hlíti ekki Maxwell dreifingu. Þar með hefur hugtakið rafeindahitastig ekki merkingu sem kennistærð í rafgasinu. Þá er talað um virkt rafeindahitastig sem er mælikvarði á meðalorku rafeindanna.

Nokkrar kennilengdir í rafgasi skipta máli við hönnun og beitingu Langmuirnema. Meðalsnerta rafeinda ræðst einkum af árekstrum þeirra við hlutlausar agnir. Fyrir argon rafgas við stofuhita er þéttleiki hlutlausra agna $n_{\mathrm{g}} \approx 3.3\times10^{22}[\mathrm{Torr}\cdot\mathrm{m}^3]^{-1}p$, þar sem p er gasþrýstingur. Meðalsnerta rafeinda er síðan gefin með $\lambda_{\mathrm{e}} = 1/(\sigma_{\mathrm{i}}n_{\mathrm{g}}) \approx 0.061\,[\mathrm{mTorr}\cdot\mathrm{m}]/p$, þar sem $\sigma_{\mathrm{i}} \approx 5\cdot10^{-19}\,\mathrm{m}^2$ er líkindaþversnið fyrir árekstur rafeinda og hlutlausra agna (Ruzic, 1994).

Debye-lengd er skýlingarlengd rafgassins. Ef mætti í rafgasi verður fyrir truflun, leitast rafgasið við að vinna á móti breytingunni. Debye-lengdin er mælikvarði á hve langt truflunin nær í rafgasinu en hún deyfist samkvæmt $\propto \exp(\pm x/\lambda_{\mathrm{D}})$. Debye-lengd rafeinda er gefin með

$$\lambda_{\mathrm{D}} = \left(\frac{\epsilon_{\mathrm{o}}\mathrm{T}_{\mathrm{e}}}{e^2n_{\mathrm{e}}}\right)^{1/2} \approx \frac{7430}{[\sqrt{\mathrm{V}}\,\mathrm{m}]}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{e}}}{n_{\mathrm{e}}}\right)^{1/2} \qquad (4)$$

þar sem T_{e} er rafeindahitastigið og n_{e} er rafeindaþéttleiki rafgassins.

Þegar nemi er í snertingu við rafgas fellur spennan á milli nemans og rafgassins á svæði sem eru nokkrar Debye-lengdir næst nemanum. Þetta svæði er nefnt slíður og er þykkt þess táknuð með s og er slíðrið nálega $4\lambda_{\mathrm{D}}$ að þykkt. Í slíðrinu ríkir ekki hleðslujafnvægi og rafsviðsstyrkur er mikill. Ef þykkt slíðursins er minni en radíi nemans þá er talað um þunnt slíður og ef slíðrið er þykkara en radíi nemans er það kallað þykkt slíður. Ef þykkt slíðursins er meiri en meðalsnerta rafeinda er það nefnt árekstra-slíður. Ef slíðrið er þynnra en sem nemur meðalsnertu rafeinda er slíðrið árekstralaust.

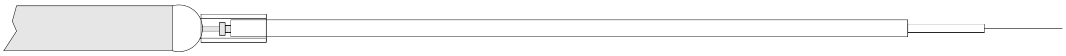
Við sjáum að fyrir þrýsting á bilinu $1-100\,\mathrm{mTorr}$ er meðalsnerta rafeinda á bilinu $6-0.06\,\mathrm{cm}$. Fyrir rafeindaþéttleika á bilinu $10^{15}-10^{18}\,\mathrm{m}^{-3}$ og rafeindahitastig 3 V, er Debye-lengdin $400\,\mu\mathrm{m}-10\,\mu\mathrm{m}$.

3. Bygging nema og rásir

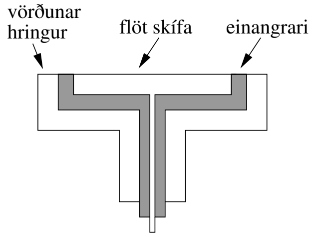
Langmuirnemar geta verið sívalningar, kúlur eða flatar skífur. Einfaldur sívalur Langmuirnemi er einfaldlega afar mjór leiðandi vír sem stendur út úr einangrandi röri, sem oft er úr keramísku efni. Dæmigerð útfærsla á sívölum Langmuirnema er sýnd á mynd 1. Gæta verður þess að bæði neminn og einangrandi haldarinn séu það smáir að þeir hafi ekki truflandi áhrif á rafgasið sem mæla skal. Almenn krafa á stærðir Langmuirnema til mælinga á orkudreififalli rafeinda er að ferðalag rafeindar næst nemanum sé árekstrarlaust eða

$$a, b, \lambda_{\mathrm{D}} \ll \lambda_{\mathrm{e}} \qquad (5)$$

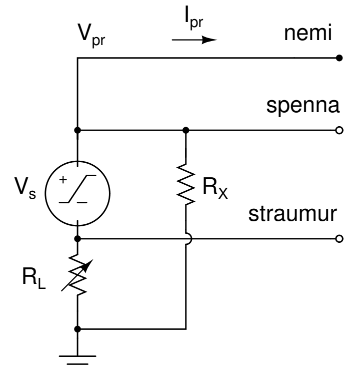
þar sem a og b eru radíar nema og nemahaldara, λ_{D} er Debye-lengd rafeinda og λ_{e} er meðalsnerta rafeinda (Godyak, 1990; Godyak et al., 1992). Ef þessar ójöfnur eru ekki uppfylltar er rafgasþéttleikinn umhverfis nemann skertur, þar sem rafeindasveim frá rafgasinu nær ekki að bæta fyrir rafeindasöfnun nemans, sem



Mynd 1. Dæmigerð útfærsla á sívölum Langmuirnema. Vírinn er gjarnan úr málmi með hátt bræðslumark, um 3 – 5 mm langur og með 50 – 100 μm radía og stendur út úr öðrum endanum á einagrandi sívalningi.



Mynd 2. Dæmigerður flatur Langmuirnemi samanstendur af skífu og umhverfis hana er vörðunarhringur, sem hafður er við sama mætti og skífan.



Mynd 3. Einföld mælirás fyrir Langmuirnema. Straumurinn $I_{\rm pr}$ er mældur óbeint sem spenna yfir viðnámið $R_{\rm L}$ og spenna sem lögð er á nemann er annaðhvort mæld beint eða með því að mæla $V_{\rm s}$.

sér í lagi kemur fram í lágorkuhluta orkudreififallsins (Godyak et al., 1992). Lengd nemans þarf að vera meiri en sem nemur nokkrum radíum nemahaldarans til að lágmarka skuggahrif á söfnun rafeinda. Neminn þarf að geta staðist mikinn straum og hitnað. Hann þarf þess vegna að vera úr efni sem hefur hátt bræðslumark. Þeir eru gjarnan gerðir úr þungsteini, tantal, molybden eða grafít en ef rafgasið er hvarfgjarnt er notuð platína eða gull. Haldarinn er úr gleri, kvarsi eða keramískum efnum. Vírinn er gjarnan um 3 – 5 mm langur og með 50 – 100 μm radía.

Flatir nemar eru oftast málmskífur og gjarnan er umhverfis þær vörðunarhringur til að draga úr áhrifum brúna. Dæmigerður flatur nemi er sýndur á mynd 2. Flatur nemi er gjarnan ~ 1 cm í þvermál. Vörðunarhringurinn er hafður við sama mætti og skífan. Flatir nemar geta dregið mikinn straum og þar af leiðandi truflað rafgasið. Þeir eru auk þess mjög stefnuháðir. Þess vegna eru þeir einkum notaðir þegar mæla þarf kennistærðir með tilliti til flæðisstefnu rafgass. Kúlunema er erfitt að búa til af heppilegri stærð og eru þeir þess vegna ekki mikið notaðir. Smáar kúlur falla í skuggann af haldaranum sem þær eru festar við, en stórar kúlur trufla rafgasið og draga of mikinn straum. Kúlunema má búa til með því að bræða enda platínuvírs með háspennu-ljósboga.

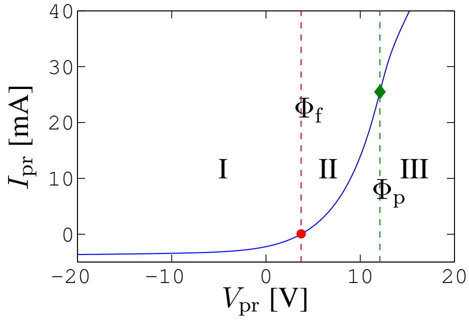
Einföld mælirás fyrir Langmuirnema er sýnd á mynd 3. Spenna sem lögð er á nemann er gefin með

$$V_{\rm pr} = V_{\rm s} - R_{\rm L} I_{\rm pr} \tag{6}$$

þar sem $R_{\rm X} \gg R_{\rm L}$ og gera má ráð fyrir að straumurinn um $R_{\rm X}$ sé óvera. Straumurinn $I_{\rm pr}$ er mældur óbeint sem spenna yfir viðnámið $R_{\rm L}$ og spenna sem lögð er á nemann er annaðhvort mæld beint eða með því að mæla $V_{\rm s}$ og beita síðan jöfnu (6). Spennugjafinn er gjarnan spennurampi sem spannar frá -20 V upp í +20 V.

4. Straum-spennu kennilína

Notkun Langmuirnema felst í því að straumur er mældur sem fall af álagðri spennu og straum-spennu kennilína dregin upp. Skipta má straum-spennu kennilínunni upp í þrjú svæði, I, II og III, eins og sýnt er á mynd 4. Rafgasið er við mætti $\Phi_{\rm p}$ með tilliti til jarðar. Þegar spennan sem lögð er á nemann er við sama mætti og rafgasið dregur hann fyrst og fremst rafeindastraum, þar sem rafeindirnar eru umtalsvert hreyfanlegri en jónirnar. Rafeindastraumurinn er táknaður sem jákvæður straumur, sem fer frá nemanum til rafgassins. Ef álögð spenna er aukin enn frekar mettast straumurinn, og skilgreinir sá straumur mettunarstraum rafeinda, $I_{\rm e,sat}$. Þetta er svæði III á mynd 4. Þessi straumur getur aukist við aukna spennu á nemann vegna stækkandi slíðurs og þar af leiðandi stækkandi söfnunarflatar nemans. Á svæði II á mynd 4, eða á bilinu $\sim \Phi_{\rm f} - {\rm T_e} < V_{\rm pr} < \Phi_{\rm p}$, er hluta rafeindanna ýtt frá nemanum sem dregur líka til sín jónastraum. Rafeindum er ýtt frá nemanum samkvæmt Boltzmann venslum, þar til $V_{\rm pr} = \Phi_{\rm f}$, þegar neminn er nægilega neikvæður með tilliti til rafgassins til að



Mynd 4. Dæmigerð straum-spennu kennilína mæld með Langmuirnema. Flotmættið er merkt með ● og rafgasmættið með ♦. Kennilínunni er skipt upp í þrjú svæði. Fyrir $V_{pr} < \Phi_f$ er straumurinn einkum jónastraumur, (svæði I), fyrir $V_{pr} > \Phi_p$ er straumurinn rafeindastraumur, mettunarstraumur rafeinda (svæði III). Á svæði II, á bilinu $\sim \Phi_f - T_e < V_{pr} < \Phi_p$, er hluta rafeindanna ýtt frá nemanum sem dregur líka til sín jónastraum.

rafeinda- og jónastraumur eru í jafnvægi og þá er enginn straumur frá nemanum eða $I_{pr} = 0$. Mættið Φ_f er nefnt flotmætti, vegna þess að einangraður nemi, sem ekki dregur straum, flýtur. Hér ná flestar orkumiklar rafeindir að nemanum en lág-orku rafeindum er ýtt frá nemanum. Fjöldi rafeinda sem nær að nemanum ræðst af orkudreifingu rafeinda svo að þetta svæði má nota til að finna orkudreififall rafeindanna. Ef $V_{pr} < \Phi_f$ er straumurinn nær eingöngu vegna jákvæðra jóna, og nefnist hann þá mettunarstraumur jóna. Mettunarstraumur jóna er einkennandi fyrir svæði I og rafeindum er að mestu leyti ýtt frá nemanum. Mettunarstraumurinn hækkar með aukinni neikvæðri spennu vegna breytingar á virku söfnunarflatarmáli. Jónastraumurinn er mun lægri en mettunarstraumur rafeinda vegna meiri massa jónanna.

5. Orkudreififall rafeinda og kennistærðir

Þegar álögð spenna er nálægt rafgasmættinu er straumurinn, sem neminn safnar, fyrst og fremst rafeindastraumur. Lýsa má orkudreifingu rafeinda með dreififallinu $f_e(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, sem táknar fjölda rafeinda í einingarrúmmáli með hraðadreifingu á bilinu $\mathbf{v}$ og $\mathbf{v} + \mathbf{dv}$ staðsettum í $\mathbf{r}$ við tímann t. Rafeindaþéttleikinn við $\mathbf{r}$ á tímanum t er síðan gefinn með

$$n_e(\mathbf{r}, t) = \int f_e(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) dv_x dv_y dv_z \qquad (7)$$

Orkudreififall rafeinda í rafgasafhleðslum sem vinna við lágan gasþrýsting hlítir oft ekki Maxwell dreifingu. Til að finna kennistærðir rafgassins í þessu tilfelli þarf að finna orkudreififall rafeindanna og útfrá því reikna kennistærðir eins og rafeindaþéttleika og meðalorku rafeinda (Godyak et al., 1992, 1993). Orkudreififall rafeinda er reiknað út frá mældri straum-spennu kennilínu með því að finna aðra afleiðu kennilínunnar (Druyvesteyn, 1930; Lieberman og Lichtenberg, 2005). Fyrir tiltekið dreififall, er rafeindastraumurinn, að flötum nema í hamlandi mætti $\Phi_p > V_{pr}$, ritaður sem

$$I_e = eA_{pr} \int_{-\infty}^{\infty} dv_x \int_{-\infty}^{\infty} dv_y \int_{v_{min}}^{\infty} dv_z v_z f_e(\mathbf{v}) \qquad (8)$$

þar sem A_{pr} er söfnunarflatarmál nemans og m_e er massi rafeindar. Hér er $I_e = I_{pr} + I_i$, þar sem I_i er jónastraumur til nemans. Þá er

$$v_{min} = \left[\frac{2e(\Phi_p - V_{pr})}{m_e}\right]^{1/2} \qquad (9)$$

minnsti hraði í $z-$stefnu, sem rafeindir á mörkum rafgass og slíðurs geta haft ef þær eiga að ná að nemanum. Fyrir stefnusnauða dreifingu eru innleidd kúluhnit fyrir hraðann

$$I_e = eA_{pr} \int_{v_{min}}^{\infty} dv \int_0^{\theta_{min}} d\theta \int_0^{2\pi} d\phi v \cos\theta v^2 \sin\theta f_e(v) \qquad (10)$$

þar sem

$$\theta_{min} = \cos^{-1}\left(\frac{v_{min}}{v}\right) \qquad (11)$$

Tegrun yfir θ og ϕ í jöfnu (10) gefur

$$I_e = eA_{pr}\pi \int_{v_{min}}^{\infty} dv v^3 \left(1 - \frac{v_{min}^2}{v^2}\right) f_e(v) \qquad (12)$$

Innleiðum nú breytuskipti með $\mathcal{E} = \frac{1}{2} m_e v^2$ þannig að jafna (12) verður

$$I_e = \frac{2\pi e^3 A_{pr}}{m_e^2} \int_V^{\infty} \mathcal{E}\left(1 - \frac{V}{\mathcal{E}}\right) f_e[v(\mathcal{E})] d\mathcal{E} \qquad (13)$$

Með diffrun fæst

$$\frac{dI_e}{dV} = -\frac{2\pi e^3 A_{pr}}{m_e^2} \int_V^{\infty} d\mathcal{E} f_e[v(\mathcal{E})] \qquad (14)$$

og endurtekin diffrun gefur

$$\frac{d^2 I_e}{dV^2} = \frac{2\pi e^3 A_{pr}}{m_e^2} f_e[v(\mathcal{E})] \qquad (15)$$

Oftast er innleitt orkudreififallið $g_{\mathrm{e}}(\mathcal{E})$ þar sem

$$g_{\mathrm{e}}(\mathcal{E})d\mathcal{E} = 4\pi v^2 f_{\mathrm{e}}(v)dv \tag{16}$$

og tengslin milli v og $\mathcal{E}$ gefa síðan

$$g_{\mathrm{e}}(\mathcal{E}) = 2\pi \left(\frac{2e}{m_{\mathrm{e}}}\right)^{3/2} \mathcal{E}^{1/2} f_{\mathrm{e}}[v(\mathcal{E})] \tag{17}$$

þannig að leidd hefur verið út jafna Druyvesteyn

$$g_{\mathrm{e}}(V) = \frac{2m_{\mathrm{e}}}{e^2 A_{\mathrm{pr}}} \left(\frac{2eV}{m_{\mathrm{e}}}\right)^{1/2} \frac{d^2 I_{\mathrm{e}}}{dV^2} \tag{18}$$

Þessi jafna gildir fyrir stefnusnautt rafgas hvort heldur neminn er sívalningur, kúla eða flöt skífa. Rétt er að hafa í huga að önnur afleiða jónastraums I_{i}'' er venjulega mun smærri en önnur afleiða rafeindastraums I_{e}'' nema við mjög háa álagða neikvæða spennu (Godyak, 1990). Þess vegna er nægjanlegt að diffra mælda straum-spennu kennilínu tvisvar til að finna orkudreififall rafeinda.

Þegar orkudreififall rafeinda hefur verið ákvarðað er rafeindaþéttleikinn fundinn með

$$n_{\mathrm{e}} = \int_0^{\infty} g_{\mathrm{e}}(\mathcal{E}) d\mathcal{E} \tag{19}$$

þar sem $\mathcal{E}$ er orka rafeindanna. Meðalorka rafeindanna fæst með

$$\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{1}{n_{\mathrm{e}}} \int_0^{\infty} \mathcal{E} g_{\mathrm{e}}(\mathcal{E}) d\mathcal{E} \tag{20}$$

Virkt rafeindahitastig er síðan skilgreint sem

$$T_{\mathrm{eff}} = \tfrac{2}{3} \langle \mathcal{E} \rangle \tag{21}$$

Hentugt er að nota líkindadreifingu orku rafeindanna sem er skilgreind með

$$g_{\mathrm{p}}(\mathcal{E}) = \mathcal{E}^{-1/2} g_{\mathrm{e}}(\mathcal{E}) \tag{22}$$

en fyrir Maxwell dreifingu er

$$g_{\mathrm{p}}(\mathcal{E}) = \tfrac{2}{\sqrt{\pi}} n_{\mathrm{e}} \mathrm{T}_{\mathrm{e}}^{-3/2} \exp\left(-\mathcal{E}/\mathrm{T}_{\mathrm{e}}\right) \tag{23}$$

sem þýðir að $\ln g_{\mathrm{p}}$ er línulegt sem fall af $\mathcal{E}$. Þess vegna er logri líkindadreifingar orku rafeindanna gjarnan teiknaður sem fall af orku rafeindanna. Bein lína segir að orka rafeindanna hlíti dreifingu Maxwell.

Rafgasmættið Φ_{P} er fundið sem spenna á nemanum þar sem önnur afleiða rafeindastraumsins er núll. Stærsta gildi fyrstu afleiðu $dI_{\mathrm{e}}/dV_{\mathrm{pr}}$ er einnig góður mælikvarði á rafgasmættið Φ_{p}.

Í nokkrum tilfellum má gera ráð fyrir að misleitni gæti í orkudreififallinu. Þetta er t.d. í rafgasi í segulsviði, í afhleðslum við lágan gasþrýsting þar sem hlutfall rafsviðs og þrýstings er mjög hátt, þegar rekhraði rafeinda nálgast varmahreyfingu, og þegar rf drifnu rafgasi er viðhaldið með hraðfara eða lausnarrafeindum við bakskautið (Godyak, 1990). Í þessum tilfellum gildir jafna Druyvesteyn (jafna (18)) almennt ekki. Kagan og Perel (1964) sýndu að segulsvið hefur ekki áhrif á kennilínu nemans ef notaður er sívalur nemi með lítið þvermáli, stefna hans er hornrétt á segulsviðið, og Larmor-radíi rafeindanna er mun stærri en radíi nemans eða

$$r_{\mathrm{L}} = \frac{m_{\mathrm{e}} v_{\perp}}{eB} \gg a \tag{24}$$

þar sem $v_{\perp}$ er hraði rafeinda hornrétt á segulsviðið B.

6. Maxwell orkudreifing rafeinda

Ef orka rafeindanna er Maxwell dreifð má tegra jöfnu (18) tvisvar og rita strauminn sem fall af álagðri spennu á nemann fyrir álagða spennu sem er neðan við rafgasmættið eða (Lieberman og Lichtenberg, 2005)

$$I_{\mathrm{e}} = I_{\mathrm{e,sat}} \exp\left(\frac{V_{\mathrm{pr}} - \Phi_{\mathrm{p}}}{\mathrm{T}_{\mathrm{e}}}\right) \tag{25}$$

þar sem mettunarstraumur rafeinda er gefinn með

$$I_{\mathrm{e,sat}} = \tfrac{1}{4} e A_{\mathrm{pr}} n_{\mathrm{e}} \left(\frac{8e\mathrm{T}_{\mathrm{e}}}{\pi m_{\mathrm{e}}}\right)^{1/2} \tag{26}$$

Til að finna rafeindahitastigið er $\ln(|I_{\mathrm{e}}(V_{\mathrm{pr}})|)$ teiknað sem fall af V_{pr} og er þá rafeindahitastigið andhverfa hallatölunnar eða

$$\ln(|I_{\mathrm{e}}(V_{\mathrm{pr}})|) = \frac{1}{\mathrm{T}_{\mathrm{e}}} (V_{\mathrm{pr}} - \Phi_{\mathrm{p}}) + \ln(|I_{\mathrm{e,sat}}|) \tag{27}$$

Við háa álagða neikvæða spennu á nemann væntum við þess að $I_{\mathrm{pr}} \approx I_{\mathrm{i}}$. Jónastrauminn má þá rita fyrir árekstralaust slíður (Ruzic, 1994)

$$I_{\mathrm{i}} = \exp\left(-\tfrac{1}{2}\right) e n_{\mathrm{i}} u_{\mathrm{B}} A_{\mathrm{sheath}} \tag{28}$$

þar sem $u_{\mathrm{B}} = (e\mathrm{T}_{\mathrm{e}}/m_{\mathrm{i}})^{1/2}$ er Bohm hraði jóna af massa m_{i} og fyrir sívalningsnema er

$$A_{\mathrm{sheath}} = A_{\mathrm{pr}} \left(1 + \frac{s}{a}\right) \tag{29}$$

yfirborðsflatarmál slíðurs, yfirborðsflatarmál nema er $A_{\mathrm{pr}} = 2\pi a \ell$, þar sem ℓ er lengd nema og s er slíðurþykktin. Gera má ráð fyrir að hlutfallið s/a sé óvera en kanna þarf hvort sú nálgun er réttmæt þegar rafeindaþéttleikinn hefur verið fundinn.

Fylgjum nú Tuszewski og Tobin (1996) og skoðum tölulega reikninga Laframboise (1966) sem tengja saman jónaþéttleikann og mettunarstraum jóna. Gert er ráð fyrir að $T_\mathrm{i} \ll T_\mathrm{e}$ og að orka bæði jóna og rafeinda sé Maxwell dreifð og einsleit. Mettunarstraum jóna má þá rita

$$I_\mathrm{i} = \frac{1}{4} e n_\mathrm{i} v_\mathrm{i} A_\mathrm{pr} \gamma \tag{30}$$

þar sem $v_\mathrm{i} = (8e\mathrm{T_e}/\pi m_\mathrm{i})^{1/2}$ og γ er fall af tveimur einingalausum stærðum: $\xi = a/\lambda_\mathrm{D}$ og $\eta = (\Phi_\mathrm{P} - V_\mathrm{pr})/\mathrm{T_e}$. Ef $\xi < 3$, má gera ráð fyrir að slíðrið sé þykkt þ.a. $\xi \to 1$ og þá $\gamma \to 2(\eta/\pi)^{1/2}$. Hér má endurrita jöfnu (30) sem

$$I_\mathrm{i} = e n_\mathrm{i} A_\mathrm{pr} \left(2(\Phi_\mathrm{P} - V_\mathrm{pr})/(\pi^2 m_\mathrm{i})\right)^{1/2} \tag{31}$$

sem er óháð rafeindahitastigi. Þegar þéttleikinn er mikill og $\xi > 3$ má nálga niðurstöðu Laframboise með $\gamma = \alpha\eta^\beta$, þar sem $\alpha = 1.37/\xi^{0.06}$ og $\beta = 0.80/\xi^{0.52}$. Fyrir $\xi \gg 1$ og $\gamma \to 1$ verður jafna (30) einfaldlega

$$I_\mathrm{i} = 0.4 e n_\mathrm{i} A_\mathrm{pr} u_\mathrm{B} \tag{32}$$

sem gildir fyrir þunnt árekstralaust slíður.

Fyrir árekstralaust þykkt slíður, $a/\lambda_\mathrm{D} < 4$, er jafna (30) stundum rituð (Ruzic, 1994)

$$I_\mathrm{i} = \frac{1.127}{4} e n_\mathrm{i} \sqrt{\frac{8e}{\pi m_\mathrm{i}}} A_\mathrm{pr} \sqrt{V_\mathrm{p} - V_\mathrm{pr}} \tag{33}$$

þar sem rafeindahitastigið styttist út og jónaþéttleikann má finna samkvæmt jöfnunni

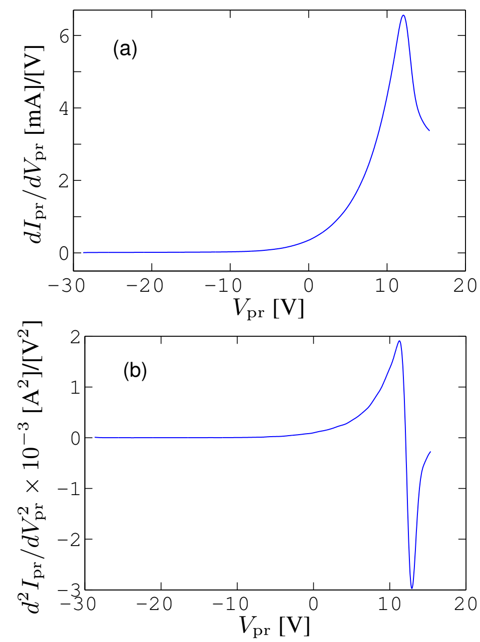
$$n_\mathrm{i} = \frac{1.42 \cdot 10^{15}}{[\mathrm{A \cdot m\sqrt{amu} \cdot V}]} \frac{\sqrt{\mu}\, I}{A_\mathrm{pr}} \sqrt{V_\mathrm{p} - V_\mathrm{pr}} \tag{34}$$

7. Síun mæligagna

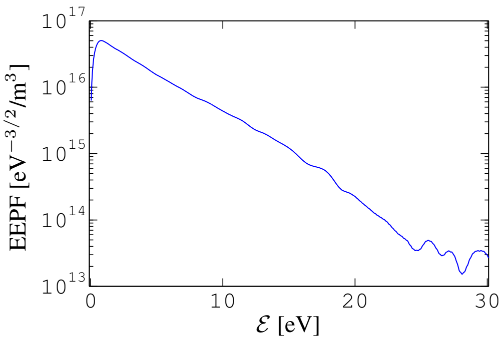
Rafgasið er í eðli sínu suðlind. Þetta suð á uppruna sinn við skaut afhleðslunnar og í rafgas bolnum. Megin áskorunin er að ákvarða orkudreififall rafeindanna nákvæmlega. Þetta er hægt að gera með því að leggja smáa ac spennu við dc spennuna sem er lögð á nemann og nota fasalæstann magnara til að nema annan yfirtón merkisins, sem er í réttu hlutfalli við aðra afleiðu kennilínunnar (Godyak, 1990; Schoenberg, 1980). Hin síðari ár hefur önnur afleiða kennilínunnar verið fundin með því að mæla straum-spennu kennilínuna og diffra hana með tölulegum aðferðum. Það er mikilvægt að sía gögnin eða nota meðaltal nokkurra mælinga áður en önnur afleiða kennilínunnar er reiknuð, því að diffrun magnar hátíðnisuð. Til þessa hafa verið notaðar stafrænar síur sem ekki bjaga merkið áður en til diffrunar kemur. Þetta hefur verið gert með Gauss glugga (Palop et al., 1995), Blackman glugga (Gudmundsson, 1997) og Savitzky-Golay síu (Sudit og Woods, 1993). Finna má yfirlit og samanburð á þessum stafrænu síum hjá Magnus og Guðmundsson (2002). Síunin veldur bjögun á orkudreififallinu, einkum við lága orku. Gæta þarf þess að halda þessari bjögun í lágmarki en ná samt fram hæfilegri síun merkisins.

8. Mæliniðurstöður

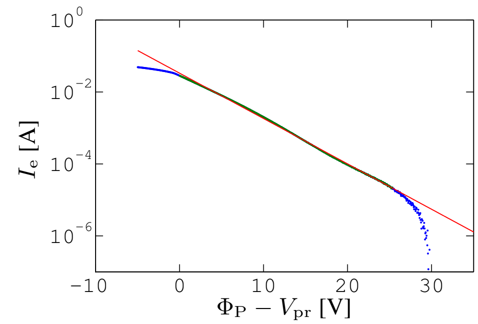
Við notum mælingar á argon rafgasi í flatri rf drifinni spanafhleðslu til að sýna hvernig aðferð Druyvesteyn er beitt. Klefinn var 76 mm hár og radíi hans 152 mm. Gasþrýstingur var 7 mTorr, gasflæði 30 sccm og afl til rafgassins 630 W. Lengd nemans var 4 mm, radíi 63.5 μm og radíi einangrandi sívalnings umhverfis nemann 500 μm. Nákvæma lýsingu á framkvæmd mælingar, tækjabúnaði og uppsetningu hans er að finna á öðrum vettvangi (Gudmundsson, 1997; Gudmundsson et al., 1999, 2000). Við 7 mTorr er meðalsnerta rafeinda $\lambda_\mathrm{e} \approx 8.7$ mm, sem er mun



Mynd 5. (a) Fyrsta afleiða og (b) önnur afleiða straums með tilliti til álagðrar spennu sem fall af álagðri spennu á Langmuirnema.



Mynd 6. Líkindadreififall orku rafeinda mælt með Langmuirnema fyrir argon rafgas í flatri spanafhleðslu. Gasþrýstingur var 7 mTorr, gasflæði 30 sccm og afl til rafgassins 630 W.

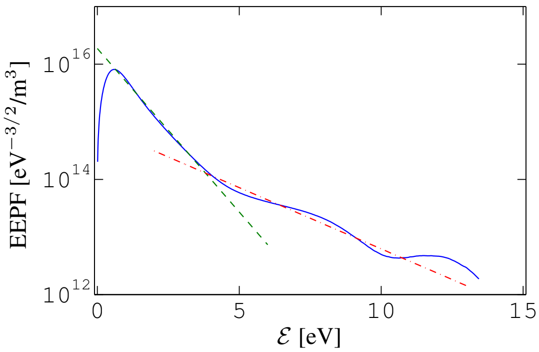


Mynd 7. Rafeindastraumur sem fall $\Phi_P - V_{pr}$. Gasþrýstingur var 7 mTorr, gasflæði 30 sccm og afl til rafgassins 630 W.

stærra en radíi nemans og nemahaldarans. Mynd 4 sýnir mælda straum-spennu kennilínu í Ar rafgasi í flatri spanafhleðslu. Mæligögnin samanstanda af 1032 mældum spennu og straumgildum. Notaður er Blackman gluggi af stærð 70 sem er faldaður við mældan straum og spennu. Stærð gluggans er valin þannig að bjögun sé lítil en hæfileg síun fáist. Eftir síun er flotmættið fundið þar sem straumur til nemans er núll svo að hér er $\Phi_f = 3.7$ V. Fyrsta afleiða straum-spennu kennilínunnar er fundin með tölulegri diffrun og er sýnd á mynd 5 (a). Önnur afleiða straum-spennu kennilínunnar er einnig fundin með tölulegri diffrun og er sýnd á mynd 5 (b). Rafgasmættið er þar sem önnur afleiðan er núll eða $\Phi_p = 12.1$ V. Líkindadreififall orku rafeindanna er sýnt á mynd 6. Sjá má að líkindadreifing orku rafeindanna er línulegt fall af orku rafeindanna upp að nálega 15 eV. Það má draga þá ályktun að orka rafeindanna sé Maxwell dreifð upp að 1 5eV. Ofan við 15 eV mælast glögglega færri rafeindir en sem svarar Maxwell dreifingu. Þetta stafar af því að orkumiklar rafeindir tapast mun auðveldar í veggi klefans en orku-minni rafeindir. Rafeindaþéttleikinn er reiknaður út frá mældu orkudreififalli samkvæmt jöfnu (19) sem gefur $3.9\times10^{17}\,\mathrm{m}^{-3}$ og virkt rafeindahitastig reiknað með jöfnum (20) og (21) gefur T_{eff}=3.8 eV. Debye-lengdin er því 23 μm, sem er mun minna en meðalsnerta rafeinda. Einnig er $4\lambda_D > a$, sem gefur til kynna að ferðalag rafeindar í slíðrinu sé árekstralaust og slíðrið þykkt.

Við skoðum einnig hvernig finna má kennistærðir rafgass þegar gera má ráð fyrir að orkudreifing rafeinda sé Maxwell dreifð. Við sjáum að fyrir þykkt árekstralaust slíður er $I_i^2 \propto (\Phi_p - V_{pr})$, samkvæmt jöfnu (31). Þess vegna er jónastraumurinn fyrst nálgaður með fleygboga fyrir háa neikvæða spennu, hér $V_{pr} < -15$ V. Fleygboganálgunin er síðan notuð til að reikna jónastraum fyrir allar spennur. Þessi reiknaði jónastraumur er þessu næst dreginn frá heildarstraumi til að gefa rafeindastraum. Rafeindastraumurinn er svo sýndur sem fall af $\Phi_P - V_{pr}$ á mynd 7. Við sjáum að $\ln(I_e)$ fellur línulega með álagðri spennu upp að $\Phi_P - V_{pr} \approx 25$ V. Þetta segir okkur að orka rafeindanna í rafgasinu hlítir Maxwell dreifingu. Við getum þess vegna beitt jöfnu (27) og sjáum að andhverfa hallatölu línu sem mátuð er við mældu gildin gefur rafeindahitastigið $\mathrm{T_e} = 3.4$ V. Þegar rafeindahitastigið er þekkt má nota jöfnu (26) til að reikna rafeindaþéttleikann og fá $n_e = 3.2 \times 10^{17}\,\mathrm{m}^{-3}$. Jónaþéttleiki fundinn út frá mettunarstraum jóna með því að beita jöfnu (34) er $n_i = 3.3\times10^{18}\,\mathrm{m}^{-3}$. Það er vel þekkt að jónaþéttleiki, sem reiknaður er út frá mældum mettunarstraum jóna getur verið umtalsvert of hár ef gasþrýstingur er lágur (Godyak et al., 1993; Tuszewski og Tobin, 1996).

Orkudreififalli rafeinda er ekki alltaf hægt að lýsa með Maxwell dreifingu. Mynd 8 sýnir líkindadreififall orku rafeinda sem mælt er með Langmuirnema fyrir argon rafgas í dc segulspætu með kopar skotmark. Klefinn er 200 mm í þvermál og 250 mm langur. Skotmarkið er 76 mm í þvermál. Gasþrýstingur var 5 mTorr, afl til skotmarksins 100 W, álögð spenna á skotmarkið $V_{dc} = -422$ V og straumur til skotmarks 238 mA. Langmuirneminn var staðsettur 60 mm neðan við skotmarkið á miðás klefans og hornrétt á skotmarkið og þar með á segulsviðið. Hann er 3 mm langur og radíi hans 63.5 μm. Mæligögnin samanstanda af 996 mældum spennu og straumgildum. Notaður er Blackman gluggi af stærð 250 sem er fald-



Mynd 8. Líkindadreififall orku rafeinda mælt með Langmuirnema fyrir argon rafgas í dc segulspætu með kopar skotmark. Gasþrýstingur var 5 mTorr, og afl til skotmarksins 100 W. Brotalínan er mátuð við ferilinn fyrir orku neðan við 4 eV og lýsir hópi kaldra rafeinda með $T_{\rm e,c} = 0.77$ V og brota-punkt línan sem mátuð er við ferilinn fyrir rafeindir með orku hærri en 5 eV lýsir hópi heitra rafeinda með $T_{\rm e,h} = 2.04$ V

aður við mældan straum og spennu. Út frá mældri straum-spennu kennilínu er flotmættið fundið sem $\Phi_{\rm f} = -7.25$ V og rafgasmættið $\Phi_{\rm p} = 1.66$ V. Rafeindaþéttleiki reiknaður með jöfnu (19) er 3.1×10^{16} m^{-3} og virkt rafeindahitastig reiknað með jöfnum (20) og (21) gefur $T_{\rm eff} = 0.82$ eV. Debye-lengdin er því 55 μm, sem er mun minna en meðalsnerta rafeinda. Einnig er $4\lambda_{\rm D} > a$, og ferðalag rafeindar í slíðrinu er þess vegna árekstralaust og slíðrið þykkt. Líkindadreififall orku rafeinda, sem er eins og sjá má á mynd 8, er oft sagt samanstanda of summu tveggja Maxwell dreifinga, hópi lágorku rafeinda og hópi háorkurafeinda. Með því að máta jöfnu (23) við ferilinn fyrir rafeindir með orku neðan við 4 eV fæst að fyrir hóp kaldra rafeinda er $T_{\rm e,c} = 0.77$ V og fyrir rafeindir með orku hærri en 5 eV fæst að fyrir hóp heitra rafeinda er $T_{\rm e,h} = 2.04$ V. Í segulspætu hremmir segulsvið rafeindirnar næst skotmarkinu (Guðmundsson, 2004). Til að kanna hvort skilyrði Kagan og Perel (1964), sem gefið er í jöfnu (24), sé uppfyllt reiknum við Larmor-radíann 6 cm neðan við skotmarkið. Hér er hraði rafeindanna hornrétt á skotmarkið $v_\perp = (2eV_{\rm dc}/m_{\rm e})^{1/2}$ þar sem $V_{\rm dc}$ er spenna sem er lögð á skotmarkið. Segulsviðsstyrkurinn er um 15 mT á miðás upp við skotmarkið en fellur í 2.5 mT á miðás 6 cm neðan við skotmarkið svo Larmor-radíinn er $r_{\rm L} \approx 20$ mm. Við sjáum að Larmor-radíinn er mun stærri en radíi nemans og notkun hans er þess vegna réttlætanleg.

9. Lokaorð

Fjallað hefur verið um Langmuirnema. Kynntar voru þær hönnunarforsendur sem taka þarf tillit til við smíði nema. Þá var kynnt straum-spennu kennilína sem mæld er með nemanum. Skoðað var hvernig Langmuirnema er beitt til mælinga í rafgasi þar sem orkudreififallið hlítir ekki Maxwell dreifingu. Kynnt var aðferð Druyvesteyn og sýnt hvernig henni er beitt á straum-spennu kennilínu í einsleitu rafgasi til að finna orkudreififall rafeinda rafgassins. Einnig var sýnt hvernig kennistærðir rafgass eru fundnar þegar gera má ráð fyrir að orka rafeindanna sé Maxwell dreifð. Skoðuð var orkudreifing rafeinda í flatri spanafhleðslu við lágan gasþrýsting og var hún Maxwell dreifð upp að um 15 eV. Einnig var skoðað orkudreififall rafeinda í dc segulspætu sem lýsa má með summu tveggja Maxwell dreifinga, hópi kaldra og hópi heitra rafeinda.

Þakkir

Verkefnið var styrkt af Rannsóknasjóði Íslands og Tækjasjóði Íslands. Páli Sigurjónssyni eru þakkaðar mælingar með Langmuirnema í dc segulspætu.

Heimildir

M. J. Druyvesteyn. Der niedervoltbogen. *Zeitschrift für Physik*, 64:781 – 798, 1930.

V. A. Godyak. Measuring EEDF in gas discharge plasmas. In O. Auciello, A. Gras-Martm, and J. a. Valles-Abarca, editors, *Plasma-Surface Interactions and Processing of Materials*, pages 95 – 134. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1990.

V. A. Godyak, R. B. Piejak, and B. M. Alexandrovich. Measurements of electron energy distribution in low-pressure rf discharges. *Plasma Sources Science and Technology*, 1(1):36 – 58, 1992.

V. A. Godyak, R. B. Piejak, and B. M. Alexandrovich. Probe diagnostics of non-Maxwellian plasmas. *Journal of Applied Physics*, 73(8):3657 – 3663, 1993.

J. T. Gudmundsson. On smoothing of the I-V Langmuir probe characteristic. Memorandum No. UCB/ERL M97/38, Electron Research Laboratory, University of California, Berkeley, 1997.

J. T. Gudmundsson, T. Kimura, and M. A. Lieberman. Experimental studies of O_2/Ar plasma in a planar inductive discharge. *Plasma Sources Science and Technology*, 8 (1):22 – 30, 1999.

J. T. Gudmundsson, A. M. Marakhtanov, K. K. Patel, V. P. Gopinath, and M. A. Lieberman. On the plasma parameters of a planar inductive oxygen discharge. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 33(11):1323–1331, 2000.

Jón Tómas Guðmundsson. Afbrigði segulspæta. *Tímarit um raunvísindi og stærðfræði*, 2(2):41 – 48, 2004.

N. Hershkowitz. How Langmuir probes work. In O. Auciello and D. L. Flamm, editors, *Plasma Diagnostics, vol. 1*, pages 113–183. Academic Press, 1989.

Yu M. Kagan and V. I. Perel. Probe methods in plasma research. *Soviet Physics Uspekhi*, 6(6):767–793, 1964.

James G. Laframboise. *Theory of spherical and cylindrical Langmuir probes in a collisionless, Maxwellian plasma at rest*. PhD thesis, University of Toronto, June 1966.

M. A. Lieberman and A. J. Lichtenberg. *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*. John Wiley & Sons, New York, 2 edition, 2005, p. 185–203

Friðrik Magnus and Jón Tómas Guðmundsson. Digital smoothing of the $I - V$ Langmuir probe characteristic. Technical Report RH-20-02, Science Institute, University of Iceland, 2002.

H. M. Mott-Smith and I. Langmuir. The theory of collectors in gaseous plasma discharges. *Physical Review*, 28(4): 727 – 763, 1926.

J. I. Fernández Palop, J. Ballesteros, V. Colomer, and M. A. Hernández. A new smoothing method for obtaining the electron energy distribution function in plasma by the numerical differentiation of the $I - V$ probe characteristic. *Review of Scientific Instruments*, 66(9):4625 – 4636, 1995.

D. N. Ruzic. *Electric Probes for Low Temperature Plasmas*. The American Vacuum Society Education Committee, New York, 1994.

I. D. Sudit and R. C. Woods. A workstation based Langmuir probe system for low-pressure dc plasmas. *Review of Scientific Instruments*, 64(9):2440 – 2448, 1993.

K. F. Schoenberg. Electron distribution function measurement by harmonically driven electrostatic probe. *Review of Scientific Instruments*, 51(9):1159 – 1162, 1980.

M. Tuszewski and J. A. Tobin. The accuracy of Langmuir probe ion density measurements in low-frequency RF discharges. *Plasma Sources Science and Technology*, 5 (4):640 – 647, 1996.

Summary: We discuss the use of Langmuirprobes to measure the electron energy distribution function (EEDF) and the plasma parameters in low pressure plasma discharges. First the length scales of the plasma are defined and their use in the probe design explained. The Druyvesteyn method is introduced and demonstrated by measurements of the plasma parameters in an inductively coupled argon discharge and a conventional dc magnetron sputtering discharge. The inductively coupled discharge shows Maxwellian like electron energy distribution with a depleated tail at high energy, while the dc magnetron sputtering discharge shows a bi-Maxwellian electron energy distribution.

Um höfundinn: Jón Tómas Guðmundsson lauk prófi í rafmagnsverkfræði og M.S. prófi í eðlisfræði frá Háskóla Íslands og Ph.D. prófi í kjarnorkuverkfræði frá Kaliforníuháskóla í Berkeley. Hann er nú prófessor í rafmagns- og tölvuverkfræði við verkfræðideild Háskóla Íslands.

[a]Verkfræðideild Háskóla Íslands, Hjarðarhaga 2–6, IS-107 Reykjavík, [b]Raunvísindastofnun Háskólans, Dunhaga 3, IS-107 Reykjavík,
`tumi@hi.is`

Móttekin: 15. desember 2006